

# Контрольная работа 6

## Задача 6.1

Найти уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.

**6.1.1**  $(-4, 1, -5), (5, -2, 1), (1, 1, -5)$ .

**6.1.13**  $(4, 2, 5), (-4, 2, -4), (-2, 0, -5)$ .

**6.1.2**  $(3, 3, 2), (0, -2, -1), (3, -4, -1)$ .

**6.1.14**  $(-5, -3, 0), (3, 4, 2), (-5, -5, -3)$ .

**6.1.3**  $(-4, -4, -4), (2, -4, 1), (0, -1, 4)$ .

**6.1.15**  $(4, -3, -2), (-5, 2, -5), (4, 0, 4)$ .

**6.1.4**  $(-3, -1, 4), (3, 4, 4), (-4, -5, 3)$ .

**6.1.16**  $(5, -4, 2), (5, 0, -3), (0, -3, 2)$ .

**6.1.5**  $(1, -2, 5), (-4, -3, -1), (-2, -2, -2)$ .

**6.1.17**  $(-1, -2, 4), (-4, 1, -4), (0, -1, 3)$ .

**6.1.6**  $(-2, 5, -1), (-2, 1, 1), (-5, -2, -5)$ .

**6.1.18**  $(-3, -2, 3), (3, 0, -1), (5, -2, -5)$ .

**6.1.7**  $(-2, 1, -1), (-4, 0, -5), (-3, 4, 3)$ .

**6.1.19**  $(-5, -1, 0), (5, 1, -5), (4, -2, 1)$ .

**6.1.8**  $(-1, -3, 3), (-1, 5, -4), (-5, 1, -4)$ .

**6.1.20**  $(3, -1, -2), (5, 4, -4), (2, -5, 1)$ .

**6.1.9**  $(-1, -1, 2), (2, 0, 1), (-3, 4, -4)$ .

**6.1.21**  $(0, 1, -4), (-4, 0, 2), (-2, 0, -2)$ .

**6.1.10**  $(-3, -3, 3), (2, -5, 4), (4, -5, -5)$ .

**6.1.22**  $(1, 2, 4), (-1, -5, 4), (-5, -3, -4)$ .

**6.1.11**  $(1, -4, 0), (5, -4, 0), (2, 5, -2)$ .

**6.1.23**  $(3, 4, -1), (-4, 1, -5), (0, 1, -3)$ .

**6.1.12**  $(-4, -5, 4), (0, -1, -5), (3, 2, 0)$ .

**6.1.24**  $(-1, 5, 5), (-3, 1, 5), (-5, 4, -4)$ .

## Задача 6.2

Найти векторное параметрическое уравнение прямой, которая задана как пересечение двух плоскостей. В качестве опорной точки взять точку, лежащую в плоскости  $Oxy$ .

**6.2.1**  $3x + y - z = 7, \quad 2x + y = 5$ .

**6.2.8**  $4x + y - 11z = 24, \quad 3x + y - 7z = 19$ .

**6.2.2**  $3x + y - 3z = 11, \quad 2x + y - z = 8$ .

**6.2.9**  $4x + 3y + 2z = 11, \quad x + y + z = 3$ .

**6.2.3**  $2x + y - 2z = 11, \quad x + y + z = 7$ .

**6.2.10**  $4x + 3y + z = 18, \quad x + y + z = 5$ .

**6.2.4**  $2x + y - 3z = 14, \quad x + y + z = 9$ .

**6.2.11**  $5x + 2y - 7z = 26, \quad 2x + y - 2z = 11$ .

**6.2.5**  $3x + 2y + z = 8, \quad x + y + z = 3$ .

**6.2.12**  $5x + 2y - 10z = 33, \quad 2x + y - 3z = 14$ .

**6.2.6**  $3x + 2y = 13, \quad x + y + z = 5$ .

**6.2.7**  $4x + y - 8z = 19, \quad 3x + y - 5z = 15$ . **6.2.13**  $y + 2z = 1, \quad x + y + z = 3$ .

$$6.2.14 \quad y + 3z = 2, \quad x - y - 5z = 1.$$

$$6.2.20 \quad 2x - y - 13z = 6, \quad 3x - y - 17z = 11.$$

$$6.2.15 \quad y + 4z = 3, \quad x - y - 7z = 1.$$

$$6.2.21 \quad 2x - y - 4z = 3, \quad 3x - y - 5z = 5.$$

$$6.2.16 \quad x - y - 9z = 1, \quad 2x - y - 13z = 6.$$

$$6.2.22 \quad 2x + 3y + 5z = 12, \quad x + y + z = 5.$$

$$6.2.17 \quad x - y - 3z = 1, \quad 2x - y - 4z = 3.$$

$$6.2.23 \quad 2x + 3y + 6z = 17, \quad x + y + z = 7.$$

$$6.2.18 \quad x + 2y + 4z = 7, \quad x + y + z = 5.$$

$$6.2.19 \quad x + 2y + 5z = 10, \quad x + y + z = 7.$$

$$6.2.24 \quad 5x - 2y - 30z = 17, \quad 2x - y - 13z = 6.$$

### Задача 6.3

Найти уравнение плоскости, проходящей через первую прямую параллельно второй.

$$6.3.1 \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}, \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}.$$

$$6.3.2 \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$6.3.3 \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.3.4 \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{3}.$$

$$6.3.5 \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-3}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.3.6 \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$6.3.7 \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}, \quad \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$6.3.8 \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{2}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{-2}.$$

$$6.3.9 \quad \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}, \quad \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

$$6.3.10 \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-3}.$$

$$6.3.11 \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-1}, \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$6.3.12 \quad \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-2}, \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.3.13 \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-3}, \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.3.14 \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}, \quad \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{-1}.$$

$$6.3.15 \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{3}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.3.16 \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}, \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{0}.$$

$$6.3.17 \quad \frac{x}{3} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+3}{-1}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$6.3.18 \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{3}.$$

$$6.3.19 \quad \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}, \quad \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.3.20 \quad \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}, \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+2}{2}.$$

$$6.3.21 \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{-1}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{-2}.$$

$$6.3.22 \quad \frac{x+1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$6.3.23 \quad \frac{x}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{1}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

$$6.3.24 \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}, \quad \frac{x}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-2}{-1}.$$

## Задача 6.4

Даны плоскость  $\pi$  и три прямые  $l_1, l_2, l_3$ . Для каждой из прямых выяснить, пересекается ли она с плоскостью, параллельна ей или лежит в плоскости. В случае пересечения найти координаты общей точки плоскости и прямой.

$$6.4.1 \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 17 \\ -9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \\ -17 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.2} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 35 \\ 9 \\ -29 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 43 \\ 21 \\ -19 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 34 \\ 11 \\ -25 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.3} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -9 \\ 18 \\ 18 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -11 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -11 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.4} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 38 \\ 16 \\ -16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ -11 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 34 \\ 4 \\ -20 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.5} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -9 \\ 40 \\ -15 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -7 \\ 46 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -19 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.6} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -18 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -16 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -19 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.7} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 13 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \\ 2 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.8} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.9} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 19 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.10} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 19 \\ 13 \\ 15 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 13 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 13 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.11} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 10 \\ 23 \\ -10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 12 \\ 29 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 25 \\ -9 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.12} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{6.4.13} \quad \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\mathbf{6.4.14} \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -25 \\ 31 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 11 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -23 \\ 31 \\ 22 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 29 \\ -25 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{6.4.15} \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 33 \\ 35 \\ -20 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 31 \\ 29 \\ -25 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 31 \\ 25 \\ -30 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{6.4.16} \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ -1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{6.4.17} \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -11 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{6.4.18} \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -8 \\ 22 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -8 \\ 24 \\ 6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 12 \\ -19 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{6.4.19} \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -11 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 14 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.20 \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -30 \\ 23 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 6 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -26 \\ 35 \\ 10 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 14 \\ -12 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.21 \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 12 \\ -24 \\ 38 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -28 \\ 36 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ -26 \\ 36 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.22 \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 34 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 24 \\ -7 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 26 \\ -10 \\ 4 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.23 \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 16 \\ 23 \\ -23 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 20 \\ 31 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 18 \\ 26 \\ -19 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.24 \quad \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 23 \\ -4 \\ -21 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 25 \\ 6 \\ -21 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 21 \\ 1 \\ -25 \end{pmatrix}.$$

## Задача 6.5

Даны прямые  $l_1, l_2, l_3, l_4$ . Для каждой из шести пар прямых выяснить, являются ли они скрещивающимися, параллельными, совпадающими или пересекающимися. Для пересекающихся прямых найти координаты точки пересечения и уравнение плоскости, в которой лежат эти прямые. Для параллельных прямых найти уравнение плоскости, в которой лежат эти прямые.

$$\mathbf{6.5.1} \quad l_1 : \frac{x-6}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-7}{4}, \quad l_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-5}{2},$$

$$l_3 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{2}, \quad l_4 : \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-4}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.2} \quad l_1 : \frac{x-8}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{5}, \quad l_2 : \frac{x-6}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{2},$$

$$l_3 : \frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}, \quad l_4 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+6}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.3} \quad l_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-6}{5}, \quad l_2 : \frac{x-2}{5} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{3},$$

$$l_3 : \frac{x-6}{5} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-4}{3}, \quad l_4 : \frac{x+4}{5} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+2}{3}.$$

$$\mathbf{6.5.4} \quad l_1 : \frac{x-4}{3} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-10}{5}, \quad l_2 : \frac{x-6}{5} = \frac{y-8}{4} = \frac{z-6}{1}, \quad l_3 : \frac{x+4}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z-4}{1},$$

$$l_4 : \frac{x-2}{5} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-6}{1}.$$

$$\mathbf{6.5.5} \quad l_1 : \frac{x-3}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{1}, \quad l_2 : \frac{x-4}{5} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-5}{1}, \quad l_3 : \frac{x}{5} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-5}{1},$$

$$l_4 : \frac{x+6}{5} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\mathbf{6.5.6} \quad l_1 : \frac{x-8}{3} = \frac{y-6}{4} = \frac{z+4}{1}, \quad l_2 : \frac{x-6}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+4}{2},$$

$$l_3 : \frac{x-10}{5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{2}, \quad l_4 : \frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+7}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.7} \quad l_1 : \frac{x-6}{1} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-3}{5}, \quad l_2 : \frac{x-9}{4} = \frac{y-7}{5} = \frac{z}{2}, \quad l_3 : \frac{x-1}{4} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+4}{2},$$

$$l_4 : \frac{x-6}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.8} \quad l_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}, \quad l_2 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{3}, \quad l_3 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3},$$

$$l_4 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{3}.$$

$$\mathbf{6.5.9} \quad l_1 : \frac{x+2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-8}{3}, \quad l_2 : \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{1}, \quad l_3 : \frac{x+2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{1},$$

$$l_4 : \frac{x+4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{1}.$$

$$\mathbf{6.5.10} \quad l_1 : \frac{x-6}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-5}{2}, \quad l_2 : \frac{x-7}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-4}{1},$$

$$l_3 : \frac{x-3}{2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-2}{1}, \quad l_4 : \frac{x-6}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-4}{1}.$$



$$\mathbf{6.5.11} \quad l_1 : \frac{x-7}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{4}, \quad l_2 : \frac{x-9}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-6}{4},$$

$$l_3 : \frac{x-5}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{4}, \quad l_4 : \frac{x+1}{5} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+2}{4}.$$

$$\mathbf{6.5.12} \quad l_1 : \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-1}{4}, \quad l_2 : \frac{x-4}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}, \quad l_3 : \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{1},$$

$$l_4 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+4}{1}.$$

$$\mathbf{6.5.13} \quad l_1 : \frac{x-1}{4} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-7}{4}, \quad l_2 : \frac{x-1}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{1}, \quad l_3 : \frac{x+7}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1},$$

$$l_4 : \frac{x+2}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{1}.$$

$$\mathbf{6.5.14} \quad l_1 : \frac{x-7}{5} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{3}, \quad l_2 : \frac{x-7}{5} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-7}{5},$$

$$l_3 : \frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{5}, \quad l_4 : \frac{x+3}{5} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{5}.$$

$$\mathbf{6.5.15} \quad l_1 : \frac{x-9}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{4}, \quad l_2 : \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-1}{2},$$

$$l_3 : \frac{x-5}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-2}{2}, \quad l_4 : \frac{x-3}{1} = \frac{y+8}{5} = \frac{z+2}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.16} \quad l_1 : \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}, \quad l_2 : \frac{x-5}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{1}, \quad l_3 : \frac{x+5}{5} = \frac{y+5}{4} = \frac{z}{1},$$

$$l_4 : \frac{x-1}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{1}.$$

$$\mathbf{6.5.17} \quad l_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}, \quad l_2 : \frac{x-2}{5} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-3}{2},$$

$$l_3 : \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{2}, \quad l_4 : \frac{x+8}{5} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+1}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.18} \quad l_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{5}, \quad l_2 : \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{5}, \quad l_3 : \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{5},$$

$$l_4 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+6}{5}.$$

$$\mathbf{6.5.19} \quad l_1 : \frac{x-7}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}, \quad l_2 : \frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{2},$$

$$l_3 : \frac{x-3}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+2}{2}, \quad l_4 : \frac{x-5}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\mathbf{6.5.20} \quad l_1 : \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-8}{3}, \quad l_2 : \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-9}{4},$$

$$l_3 : \frac{x+4}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{4}, \quad l_4 : \frac{x+9}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{4}.$$

$$6.5.21 \quad l_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-4}{4}, \quad l_2 : \frac{x}{3} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{1}, \quad l_3 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{1},$$

$$l_4 : \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

$$6.5.22 \quad l_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{5} = \frac{z-4}{5}, \quad l_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}, \quad l_3 : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+4}{3},$$

$$l_4 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}.$$

$$6.5.23 \quad l_1 : \frac{x-5}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{2}, \quad l_2 : \frac{x-5}{3} = \frac{y-8}{4} = \frac{z}{1}, \quad l_3 : \frac{x-3}{3} = \frac{y-5}{4} = \frac{z}{1},$$

$$l_4 : \frac{x+1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.5.24 \quad l_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{2}, \quad l_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+4}{3}, \quad l_3 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{3},$$

$$l_4 : \frac{x+1}{2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+8}{3}.$$