

**ПРОГРАММА КУРСА
«МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»
(2007-2008 уч. г.)**

1. Введение. Предмет математической физики. Общий вид уравнения в частных производных, линейные и квазилинейные уравнения.
2. Специальные функции математической физики:
 - 1) Задача на собственные значения для оператора Лапласа в основных областях.
 - 2) Уравнение специальных функций. Поведение его решений в особых точках.
 - 3) Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя. Функции Ханкеля. Функция Неймана. Общее решение уравнения Бесселя. Метод перевала. Асимптотическое поведение цилиндрических функций. Цилиндрические функции чисто мнимого аргумента.
 - 4) Классические ортогональные полиномы. Дифференциальное уравнение. Формула Родрига. Производящая функция. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Полиномы Лагерра. Полиномы Эрмита.
 - 5) Сферические и шаровые функции.
 - 6) Простейшие задачи для уравнения Шредингера.
3. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
4. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям второго порядка. Начально-краевая задача. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса). Общая задача Коши. Задача с подвижной границей (задача Стефана). Классическое решение. Обобщенное решение.
5. Метод разделения переменных (метод Фурье). Общая схема метода. Пространство L_2 . Замкнутые и полные системы функций.
6. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формулы Грина. Основные свойства гармонических функций (теорема Гаусса, теорема о среднем, бесконечная дифференцируемость, принцип максимума). Теоремы единственности для внутренних и внешних краевых задач для уравнения Лапласа. Понятие обобщенного решения. Функция Грина для оператора Лапласа. Гармонические потенциалы: объемный потенциал, поверхностные и логарифмические потенциалы. Свойства потенциалов простого и двойного слоя. Метод интегральных уравнений для решения внутренних и внешних краевых задач. Существование решений основных краевых задач для уравнения Лапласа.
7. Уравнение параболического типа. Внутренние начально-краевые задачи. Принцип максимума. Теоремы единственности. Теорема существования для одномерного случая. Уравнение теплопроводности на бесконечной прямой и в неограниченном пространстве. Теорема

единственности. Теорема существования. Фундаментальное решение. Уравнение теплопроводности на полубесконечной прямой. Метод продолжения. Функция Грина. Неоднородные граничные условия. Квазилинейное уравнение теплопроводности, тепловые структуры, режимы с обострением.

8. Уравнение гиперболического типа. Внутренние начально-краевые задачи. Теоремы единственности. Теорема существования в одномерном случае. Уравнение колебаний на бесконечной прямой. Метод распространяющихся волн. Функция источника. Формула Даламбера. Линейное и нелинейное уравнение переноса. Уравнение колебаний на полубесконечной прямой. Метод продолжения. Метод интегральных преобразований Фурье. Задача Коши для уравнения колебаний в пространстве. Формула Пуассона. Метод спуска.
9. Краевые задачи для уравнения Гельмгольца. Задача Штурма-Лиувилля для оператора Лапласа. Свойства собственных значений и собственных функций. Собственные функции оператора Лапласа для простейших канонических областей. Фундаментальные решения для уравнения Гельмгольца. Теоремы единственности для уравнения Гельмгольца в ограниченной области. Задачи во внешней области. Постановка условий на бесконечности. Условия излучения Зоммерфельда.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Лекции по математической физике. М: Изд-во МГУ; Наука, 2004.
2. *Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Задачи по математической физике. М: Изд-во МГУ, 1998.
3. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М: Изд-во МГУ, 1999.
4. *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции. М: «Наука», 1984.
5. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: «Наука», 1988.
6. *Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н.* Сборник задач математической физике. М: «Физматлит», 2003.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Михайлов В.С.* Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: «Наука», 1983.
2. *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики. М.: «Наука», 1966.
3. *Гюнтер Н.М.* Теория потенциала и основные задачи математической физики. М.: Гостехиздат, 1953.
4. *Треногин В.А.* Функциональный анализ. М.: «Наука», 1980.
5. *Бейтман Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т.2. М.: «Наука», 1966.