

Вопросы к коллоквиуму по курсу
“Методы математической физики” (2007-2008 учебный год)

1. Сформулируйте лемму о поведении решений уравнения $(k(x)u'(x))' - q(x)u = 0, x \in (a, b)$, где $k(x) = (x - a)\varphi(x), \varphi(a) \neq 0$, в особых точках.
2. Назовите особые точки функций, которые являются решениями уравнения Бесселя.
3. Дайте определение цилиндрической функции. Приведите примеры цилиндрических функций.
4. Дайте определение функции Бесселя с помощью обобщенного степенного ряда.
5. Напишите формулу, связывающую функции Бесселя порядков n и $-n$.
6. Напишите формулы для функций Бесселя порядков $1/2$ и $-1/2$. Всегда ли функции Бесселя полуцелого порядка можно выразить через элементарные функции?
7. Напишите интегральное представление для функции Бесселя.
8. Дайте определение функции Ханкеля.
9. Напишите формулу, связывающую функции Ханкеля положительного и отрицательного индексов.
10. Напишите формулу, связывающую функции Бесселя и функции Ханкеля.
11. Дайте определение функции Неймана.
12. Напишите формулу, связывающую функции Бесселя, Неймана и Ханкеля.
13. Напишите фундаментальную систему решений уравнения Бесселя.
14. Напишите асимптотические формулы при больших значениях аргумента для функций Ханкеля первого и второго рода.
15. Напишите асимптотическую формулу при больших значениях аргумента для функции Бесселя.
16. Напишите асимптотическую формулу при больших значениях аргумента для функции Неймана.
17. Опишите поведение функций Бесселя, Неймана и Ханкеля в окрестности нуля.
18. Поставьте задачу на собственные значения для уравнения Бесселя.
19. Напишите формулу для квадрата нормы собственной функции задачи для уравнения Бесселя в случае граничных условий первого, второго и третьего рода.
20. Сформулируйте теорему Стеклова в случае задачи на собственные значения для уравнения Бесселя.
21. Напишите собственные функции круга.
22. Напишите характеристическое уравнение для определения собственных значений задачи для круга в случае граничных

- условий первого, второго и третьего рода.
23. Напишите уравнение для цилиндрических функций чисто мнимого аргумента.
 24. Дайте определение функции Инфельда.
 25. Напишите формулу, связывающую функции Инфельда порядков n и $-n$.
 26. Напишите асимптотическую формулу при больших значениях аргумента для функции Инфельда.
 27. Дайте определение функции Макдональда.
 28. Напишите асимптотическую формулу для функции Макдональда.
 29. Дайте определение классических ортогональных полиномов.
 30. Сформулируйте теорему о нулях классических ортогональных полиномов.
 31. Являются ли производные классических ортогональных полиномов классическими ортогональными полиномами? Если да, то с каким весом они ортогональны?
 32. Напишите уравнение для классических ортогональных полиномов.
 33. Поставьте задачу на собственные значения для классических ортогональных полиномов на отрезке с условиями в особых точках.
 34. Напишите формулу собственных значений задачи Штурма-Лиувилля для классических ортогональных полиномов.
 35. Напишите общую формулу для классических ортогональных полиномов (общую формулу Родрига).
 36. Дайте определение полиномов Якоби.
 37. Напишите формулу Родрига для полиномов Якоби.
 38. Поставьте задачу на собственные значения для полиномов Якоби с условиями в особых точках.
 39. Дайте определение полиномов Лежандра.
 40. Поставьте задачу на собственные значения для полиномов Лежандра.
 41. Напишите выражение собственных значений для полиномов Лежандра.
 42. Напишите выражение квадрата нормы для полиномов Лежандра.
 43. Дайте определение полиномов Лагерра.
 44. Напишите формулу Родрига для полиномов Лагерра.
 45. Поставьте краевую задачу для полиномов Лагерра на полубесконечной прямой.
 46. Напишите выражение собственных значений для полиномов Лагерра.
 47. Дайте определение полиномов Эрмита.
 48. Напишите формулу Родрига для полиномов Эрмита.
 49. Поставьте краевую задачу для полиномов Эрмита на бесконечной прямой.
 50. Напишите выражение собственных значений для полиномов Эрмита.

51. Дайте определение производящей функции классических ортогональных полиномов.
52. Напишите выражение производящей функции полиномов Лежандра.
53. Является ли система полиномов Лежандра замкнутой? Сформулируйте соответствующее утверждение.
54. Является ли система полиномов Лежандра полной? Сформулируйте соответствующее утверждение.
55. Сформулируйте теорему Стеклова для полиномов Лежандра.
56. Дайте определение присоединенных функций Лежандра.
57. Напишите уравнение для присоединенных функций Лежандра.
58. Поставьте задачу на собственные значения для присоединенных функций Лежандра.
59. Напишите собственные значения для присоединенных функций Лежандра.
60. Напишите выражение квадрата нормы для присоединенных функций Лежандра.
61. Является ли система присоединенных функций Лежандра замкнутой? Обоснуйте ответ.
62. Является ли система присоединенных функций Лежандра полной? Сформулируйте соответствующее утверждение.
63. Сформулируйте теорему Стеклова для присоединенных функций Лежандра.
64. Дайте определение сферических функций.
65. Поставьте задачу на собственные значения для сферических функций.
66. Является ли система сферических функций замкнутой? Сформулируйте соответствующее утверждение.
67. Является ли система сферических функций полной? Сформулируйте соответствующее утверждение.
68. Напишите условие ортогональности для сферических функций.
69. Напишите выражение квадрата нормы для сферических функций.
70. Сформулируйте теорему Стеклова для сферических функций.
71. Дайте определение шаровых функций.
72. Являются ли шаровые функции собственными функциями соответствующей задачи на собственные значения?
73. Напишите собственные функции шара в случае граничных условий первого, второго и третьего рода.
74. Напишите уравнение для определения собственных значений шара в случае граничных условий Дирихле.
75. Напишите уравнение для определения собственных значений шара в случае граничных условий Неймана.