

Экзамен по аналитической геометрии
2008/2009 учебный год
2 поток (группы 111—119)

Экзамен по аналитической геометрии проходит в два этапа.

Первый этап: студент получает билет, содержащий 10 вопросов. Темы вопросов:

1. Комплексные числа.
2. Линейные пространства, линейная зависимость и независимость элементов.
3. Системы линейных уравнений.
4. Алгебра векторов на плоскости и в пространстве.
5. Матрицы.
6. Геометрия прямых и плоскостей.
7. Геометрия прямых и плоскостей.
8. Кривые второго порядка.
9. Кривые второго порядка.
10. Поверхности второго порядка.

На подготовку отводится 60 минут. Если студент дал верные ответы менее чем на 6 вопросов, выставляется оценка «неудовлетворительно». Если студент дал верные ответы на 6 вопросов и более, ему предлагается выбор между оценкой «удовлетворительно» и продолжением экзамена.

Второй этап: студент получает билет, содержащий 2 вопроса повышенного уровня сложности; это могут быть задачи или теоремы из курса лекций. На подготовку отводится 30 минут. Если студент не ответил ни на один вопрос, выставляется оценка «удовлетворительно». Если студент верно ответил ровно на один из двух вопросов, выставляется оценка «хорошо». Если студент верно ответил на оба вопроса, выставляется оценка «отлично».

**Образец экзаменационного билета
по аналитической геометрии
(1 часть экзамена)**

1. Сформулируйте определение комплексного числа, его вещественной и мнимой частей, модуля и аргумента, запишите формулы, устанавливающие взаимосвязь указанных понятий, и приведите геометрическую интерпретацию.
2. Сформулируйте определение линейного пространства.
3. Докажите, что множество решений однородной системы линейных уравнений является линейным подпространством в пространстве столбцов, и выразите размерность этого подпространства через ранг матрицы системы.
4. Сформулируйте определение векторного произведения векторов.
5. Найдите ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$
6. Запишите формулу расстояния от точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ до плоскости $Ax + By + Cz = D$.
7. Запишите уравнение плоскости, проходящей через две данные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ параллельно прямой $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$.
8. Запишите каноническое уравнение гиперболы. Выразите фокальный параметр и эксцентриситет гиперболы через ее полуоси.
9. Перечислите кривые второго порядка эллиптического типа и для каждой из них укажите диапазон значений инвариантов.
10. Для каждого значения $\lambda \in (-\infty, \infty)$ выясните, какую поверхность задает уравнение $\lambda x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Укажите название поверхности и изобразите поверхность вместе с системой координат.

**Образец экзаменационного билета
по аналитической геометрии
(2 часть экзамена)**

1. Разложите на множители многочлен $x^{2n} + x^n + 1$ в поле комплексных чисел и в поле вещественных чисел.
2. Сформулируйте и докажите теорему об определителе произведения матриц.