

Вопросы на 4 и 5 по ТФКП. Зима 2007 г.

- 1 Сформулируйте и докажите теорему о необходимых и достаточных условиях аналитичности функции.
- 2 Сформулируйте и докажите теорему Коши для односвязной области.
- 3 Сформулируйте и докажите теорему Коши для интеграла по границе односвязной области от аналитической функции.
- 4 Сформулируйте и докажите теорему Коши для многосвязной области.
- 5 Выведите интегральную формулу Коши. Запишите ее для различных случаев расположения точки относительно контура.
- 6 Сформулируйте и докажите теорему Морера.
- 7 Сформулируйте и докажите теорему Лиувилля.
- 8 Сформулируйте и докажите II теорему Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
- 9 Сформулируйте и докажите теорему Абеля для степенного ряда.
- 10 Сформулируйте и докажите теорему единственности определенной аналитической функции.
- 11 Сформулируйте и докажите теорему об устранимой особой точке.
- 12 Сформулируйте и докажите теорему о полюсе.
- 13 Сформулируйте и докажите теорему Сохоцкого-Вейерштрасса о поведении функции в окрестности существенно особой точки.
- 14 Сформулируйте и докажите основную теорему теории вычетов.

- 15 Сформулируйте и докажите основную теорему высшей алгебры.
- 16 Сформулируйте и докажите теорему о возможности дифференцирования интеграла типа Коши под знаком интеграла.
- 17 Сформулируйте и докажите теорему о производных высших порядков аналитической функции.
- 18 Запишите и докажите формулу Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
- 19 Сформулируйте и докажите теорему Тейлора.
- 20 Сформулируйте и докажите теорему о разложимости функции в ряд Лорана.
- 21 Сформулируйте и докажите теорему о сумме вычетов, включая вычет в бесконечно удаленной точке.
- 22 Сформулируйте и докажите теорему о вычислении несобственного интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ при помощи теории вычетов и лемму, которая используется при ее доказательстве.
- 23 Сформулируйте и докажите лемму Жордана для верхней полуплоскости.
- 24 Сформулируйте и докажите лемму Жордана для нижней полуплоскости.
- 25 Сформулируйте и докажите лемму Жордана для левой полуплоскости.
- 26 Сформулируйте и докажите лемму Жордана для правой

полуплоскости.

- 27** Сформулируйте и докажите теорему о вычислении несобственного интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax}f(x)dx$ при помощи теории вычетов и лемму, которая используется при ее доказательстве.
- 28** Сформулируйте и докажите теорему о логарифмическом вычете.
- 29** Сформулируйте и докажите теорему об интегральной формуле для производной аналитической функции.
- 30** Запишите и докажите формулу Коши-Адамара для радиуса круга сходимости степенного ряда.
- 31** Сформулируйте и докажите теорему о дифференцировании и интегрировании степенного ряда внутри круга сходимости.
- 32** Сформулируйте и докажите принцип соответствия границ и его следствие.
- 33** Сформулируйте и докажите теорему о существовании изображения.
- 34** Сформулируйте и докажите теорему об аналитичности изображения.
- 35** Сформулируйте и докажите теорему об аналитичности интеграла типа Коши.
- 36** Найдите сумму и произведение всех корней уравнения $z^n + 1 = 0$
- 37** Найдите сумму и произведение всех корней уравнения $z^n - 1 = 0$
- 38** Выведите формулы вычисления вычета в полюсе первого и n -того порядков.

- 39** Сформулируйте условия, при которых возможно вычисление интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} R(x)dx$, ($R(x)$ -рациональная функция) при помощи теории вычетов и выведите формулу его вычисления.
- 40** Сформулируйте условия, при которых возможно вычисление интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} R(x) \cos ax dx$, ($R(x)$ -рациональная функция) при помощи теории вычетов и выведите формулу его вычисления.
- 41** Сформулируйте условия, при которых возможно вычисление интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} R(x)e^{iax} dx$, ($R(x)$ -рациональная функция) при помощи теории вычетов и выведите формулу его вычисления.
- 42** Выведите формулу для логарифмического вычета в нуле n –того порядка. Выведите формулу для логарифмического вычета в полюсе p –того порядка.
- 43** Выведите интегральную формулу Коши.
- 44** Выведите интегральную формулу Коши-Адамара.
- 45** Выведите формулу преобразования оператора Лапласа при конформном отображении.
- 46** Выведите формулу изображения n -той производной.
- 47** Выведите формулу производной изображения.
- 48** Выведите формулу изображения интеграла.
- 49** Выведите формулу изображения степенной функции.
- 50** Выведите формулу изображения свертки.

- 51** Выведите формулу среднего значения аналитической функции.
- 52** Докажите круговое свойство дробно-линейной функции.
- 53** Сформулируйте и докажите теорему запаздывания.
- 54** Сформулируйте условия, при которых возможно вычисление интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} R(x) \sin ax dx$, ($R(x)$ -рациональная функция) при помощи теории вычетов и выведите формулу его вычисления.
- 55** Сформулируйте и докажите принцип максимума модуля аналитической функции.
- 56** Сформулируйте и докажите принцип минимума модуля аналитической функции.
- 57** Сформулируйте и докажите I теорему Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
- 58** Сформулируйте и докажите теорему о нулях аналитической функции.
- 59** Сформулируйте и докажите теорему о наличии особой точки на границе круга сходимости степенного ряда для аналитической функции.
- 60** Сформулируйте и докажите теорему Руше.
- 61** Сформулируйте и докажите теорему об аналитическом продолжении через общий участок границы двух областей.
- 62** Сформулируйте и докажите теоремы об аналитическом

продолжении соотношений с вещественной осью.

- 63** Сформулируйте и докажите теорему о дифференцировании криволинейного интеграла от функции комплексной переменной, зависящего от параметра.
- 64** Сформулируйте и докажите теорему Меллина.
- 65** Сформулируйте постановку задачи Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -того порядка с постоянными коэффициентами. Получите ее решение, записанное в виде интеграла Дюгамеля при помощи операционного исчисления.
- 66** Сформулируйте постановку задачи Робэна и получите ее решение.
- 67** Выведите условия Коши-Римана в полярных координатах.
- 68** Выведите условия Коши-Римана для модуля и аргумента аналитической функции.
- 69** Сформулируйте и докажите теорему об однозначности определения дробно-линейной функции путем задания взаимно-однозначного соответствия трех точек трем точкам.
- 70** Выведите формулу изображения произведения.
- 71** Сформулируйте и докажите прямую и обратную теоремы о конформном отображении, осуществляемом аналитической функцией.