Образцы билетов 1 семестра 2008-2009

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики

Экзамен по курсу математического анализа, семестр 1 (2008-2009) Билет 1

1. Сформулируйте определение сходящегося числового ряда.

2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению "$\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$".

3. Сформулируйте необходимое условие возрастания дифференцируемой функции на интервале $(a;\ b)$.

4. Найдите $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{x}}\, dx$.

5. Докажите, что произведение бесконечно малой функции и ограниченной функции является бесконечно малой функцией.

6. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.

7. Докажите, что $\forall x \in [0;\ 2] \Longrightarrow \left| e^x - \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} \right| < \frac{10\cdot 2^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики

Экзамен по курсу математического анализа, семестр 1 (2008-2009) Билет 2

1. Сформулируйте определение ограниченного сверху множества вещественных чисел.

2. Сформулируйте определение дифференциала второго порядка.

3. Сформулируйте признак Лейбница сходимости числового ряда.

4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = xe^{-x}$.

5. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной.

6. Докажите, что если $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$ "по Коши".

7. Докажите, что $\forall x$ числовой ряд $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ сходится и его сумма равна $\sin x$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики

Экзамен по курсу математического анализа, семестр 1 (2008-2009) Билет 3

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Число b называется пределом функции $f(x)$ при $x \to -\infty$".

2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.

3. Сформулируйте достаточные условия перегиба графика функции, использующие третью производную.

4. Найдите $\int \operatorname{arctg} x\, dx$.

5. Докажите, что $\sin x = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$ при $x \to 0$.

6. Сформулируйте и докажите теорему о производной обратной функции.

7. Докажите, что функция $f(x) = \frac{\sin(x^3)}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$, $f(0) = 0$ равномерно непрерывна на промежутке $(-\infty;\ +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики

Экзамен по курсу математического анализа, семестр 1 (2008-2009) Билет 4

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: "Функция $f(x)$ называется бесконечно большой положительной при $x \to -\infty$".

2. Что такое неопределенный интеграл?

3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

4. При каких x ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$ сходится **(1)** абсолютно, **(2)** условно.

5. Докажите, что многочлен Тейлора $P_n(x)$ дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$ и все его производные до n-го порядка включительно в точке x_0 равны соответственно $f(x_0)$ и $f^{(k)}(x_0)$, $k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

6. Докажите вторую теорему Вейерштрасса.

7. Докажите, что последовательность $x_n = \sqrt[n]{n} - 1$ является бесконечно малой.