

1. Укажите бесконечно малые и бесконечно большие функции при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow 0$. (1) $f(x) = \operatorname{tg} x$, (2) $f(x) = \sin x$, (3) $f(x) = x \sin x$, (4) $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, (5) $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, (6) $f(x) = \ln x$, (7) $f(x) = x \ln x$, (8) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, (9) $f(x) = x^{-1}$, (10) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, (11) $f(x) = \frac{x}{\operatorname{arctg} x}$, (12) $f(x) = x^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$, (13) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, (14) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 5}$.
2. Является ли верным утверждение: (1) $x = o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$, (2) $x^2 = o(x)$ при $x \rightarrow 0$, (3) $x^{-1} = o(x^{-2})$ при $x \rightarrow +\infty$, (4) $x^{-2} = o(x^{-1})$ при $x \rightarrow +\infty$, (5) $(\ln x)^{-1} = o(x)$ при $x \rightarrow 0$, (6) $(\ln x)^{-1} = o(x^{-1})$ при $x \rightarrow +\infty$, (7) $x^{-1} = o((\ln x)^{-1})$ при $x \rightarrow +\infty$, (8) $\frac{1}{x \ln x} = o(\frac{1}{x})$ при $x \rightarrow +\infty$, (9) $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} + o(x)$ при $x \rightarrow 0$, (10) $\sin x = x + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$, (11) $\ln(1-x) = -x + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$, (12) $\ln(1-x) = -x + \frac{x^2}{2} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$, (13) $\ln(1+x) = x + o(x^2)$ при $x \rightarrow +\infty$, (14) $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$ при $x \rightarrow +\infty$, (15) $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$, (16) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ при $x \rightarrow +\infty$, (17) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$, (18) $\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} = o(x^{-1})$ при $x \rightarrow +\infty$.
3. При каких α и β является верным утверждение $f(x) = \alpha + \beta x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$, если (1) $f(x) = (1+x)^2$, (2) $f(x) = (1+x)^{-1}$, (3) $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$, (4) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x}$, (5) $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$, (6) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, (7) $f(x) = \frac{e^x-1}{x}$. Тот же вопрос для утверждения (8) $\sin x = \alpha x + \beta x^3 + o(x^3)$, (9) $\cos x = \alpha + \beta x^2 + o(x^2)$, (10) $\operatorname{arctg} x = \alpha x + \beta x^3 + o(x^3)$, (11) $\arcsin x = \alpha x + \beta x^3 + o(x^3)$, (12) $\ln(1+x) = \alpha x + \beta x^2 + o(x^2)$.
4. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - 2 \sin a + \sin(a-x)}{x^2}$, (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x^3}$, (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2}$.
5. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$, (3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$, (4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-4}{x-3}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-4}{\sqrt{x+6}-3}$, (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+8}-2}$, (7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 3x}$, (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 3x}{\ln \sin 2x}$.
6. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt{9+x}}{x}$, (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x})$, (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - \sqrt{x^2 - x - 2})$, (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 2})$, (6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2(\sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - 2})$, (7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2} - \sqrt[3]{x^3 - x^2})$, (8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x}(\sqrt{x-1} - 2\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$, (9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3(\sqrt{x^2 - 1} - 2x + \sqrt{x^2 + 1})$.
7. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$, (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^{0,1}}$, (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^{2008}}{x}$, (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{0,001}}{1,001^x}$, (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2008}}{2^x}$.
8. Найдите (1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n}$, (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n}$, (3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n^{0,01}}$, (4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^{17}}{n^{0,01}}$, (5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2^n}$, (6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{2006}}{(1,001)^n}$, (7) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n}$, (8) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{2006}}{n!}$, (9) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{2006}}{n^n}$, (10) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n!}$, (11) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n^n}$.
9. Найдите, используя правило Лопиталя. (1) $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x$, (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$, (3) $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$, (4) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{1/x}$, (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2})$, (6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x-2}$, (7) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - x^2}{x-4}$.
10. Найдите, используя правило Лопиталя. (1) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^x - x^e}{x - e}$, (2) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^x - x^e}{(x-e)^2}$, (3) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^{2x} - x^{2e}}{(x-e)^2}$, (4) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^{ex} - x^{e^2}}{(x-e)^2}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$, (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1 - x}{x^2}$, (7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}$, (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x} - e}{x^2}$.
11. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x)}{3x}$, (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$, (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{x}$, (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 2 \sin 2x + \sin x}{x^3}$, (7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$, (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \sin x}{x^3}$, (9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + \sin x - 2x}{x^3}$, (10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \operatorname{tg} x}{x^3}$, (11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1+x) - 2 \sin(1) + \sin(1-x)}{x^2}$, (12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3+x) - 2 \ln(3) + \ln(3-x)}{x^2}$, (13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(1+x) - 2 \operatorname{arctg}(1) + \operatorname{arctg}(1-x)}{x^2}$.
12. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{2}{x})^{3x}$, (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x^2})^{x^2}$, (3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{2/x}$, (4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{3x}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}$, (6) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\operatorname{tg} x}{x})^{1/x^2}$, (7) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\operatorname{arctg} x}{x})^{1/x^2}$, (8) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\sin x}{x})^{1/x^2}$, (9) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\arcsin x}{x})^{1/x^2}$, (10) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\cos \frac{x}{\sqrt{n}})^n$.
13. Найдите (1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{2}{n})^{3n}$, (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - \frac{3}{n})^{4n}$, (3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + n)^{1/n}$.
14. Найдите производную: (1) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, (2) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$, (3) $f(x) = \ln(2\sqrt{e^x})$, (4) $f(x) = \arcsin \sqrt{x}$, (5) $f(x) = \sqrt{\arcsin x}$, (6) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$, (7) $f(x) = \sqrt{\operatorname{arctg} x}$, (8) $f(x) = e^{\sqrt{-x}}$, (9) $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$.
15. Найдите $f^{(n)}(x)$, если (1) $f(x) = x^m$, $m < n$, $m, n \in \mathbb{N}$, (2) $f(x) = x^m$, $m = n$, $m, n \in \mathbb{N}$, (3) $f(x) = x^m$, $m > n$, $m, n \in \mathbb{N}$, (4) $f(x) = e^x$, (5) $f(x) = e^{2x}$, (6) $f(x) = xe^x$, (7) $f(x) = xe^{-x}$, (8) $f(x) = x^2 e^x$, (9) $f(x) = \sqrt{x}$, (10) $f(x) = \ln x$, (11) $f(x) = \ln(x^2 + x)$, (12) $f(x) = \ln \frac{2x-3}{3x-2}$, (13) $f(x) = x \ln x$, (14) $f(x) = x^2 \ln x$, (15) $f(x) = \sin(x)$, (16) $f(x) = \sin(3x)$, (17) $f(x) = x \sin(x)$, (18) $f(x) = x \sin(2x)$, (19) $f(x) = x^2 \cos(2x)$.
16. Найдите первый и второй дифференциалы функций (1) $f(x) = x^3$, (2) $f(x) = \ln x$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, (4) $f(x) = e^{-x}$, (5) $f(x) = \sin x$, (6) $f(x) = \sin(x^2)$, (7) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, (8) $f(x) = \arcsin x$, (9) $f(x) = \operatorname{arcsin} \sqrt{x}$.
17. Найдите (a) df , (b) d^2f , (c) $f(x) + df + \frac{1}{2}d^2f$, (d) $f(x+dx)$, если (1) $f(x) = 2x + 3$, $x = 2$, $dx = 3$, (2) $f(x) = x^3$, $x = 1$, $dx = 1$, (3) $f(x) = x^3$, $x = 1$, $dx = 0,1$, (4) $f(x) = \ln x$, $x = 1$, $dx = 1$, (5) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 16$, $dx = 9$, (6) $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x = 1$, $dx = 0,1$, (7) $f(x) = e^x$, $x = \ln 10$, $dx = \ln 2$, (8) $f(x) = \sin x$, $x = \frac{\pi}{6}$, $dx = \frac{\pi}{6}$, (9) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x = 1$, $dx = \sqrt{3} - 1$, (10) $f(x) = \arcsin x$, $x = \frac{1}{2}$, $dx = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.
18. Найдите $d^n f$, если (1) $f(x) = x^3$, $n = 2$, (2) $f(x) = x^3$, $n = 3$, (3) $f(x) = x^3$, $n = 4$, (4) $f(x) = x^4$, $n = 3$, (5) $f(x) = \frac{1}{x}$, (6) $f(x) = \ln x$, (7) $f(x) = x \ln x$, (8) $f(x) = \sqrt{x}$, (9) $f(x) = \sqrt{x}$, $n = 3$, $x = 4$, $dx = 5$, (10) $f(x) = e^x$, (11) $f(x) = e^x$, $n = 2006$, $x = \ln 36$, $dx = \frac{1}{2}$, (12) $f(x) = \sin x$, $n = 2004$, (13) $f(x) = \sin x$, $n = 2005$, (14) $f(x) = \sin x$, $n = 2006$, (15) $f(x) = \sin x$, $n = 2007$, (16) $f(x) = \cos x$, $n = 2007$, $x = \frac{\pi}{3}$, $dx = \frac{1}{2}$, (17) $f(x) = x \sin x$, $n = 8$, (18) $f(x) = x^2 \cos x$, $n = 9$.
19. Используя формулу конечных приращений, дайте оценку величины

Методические материалы по курсу математического анализа

МГУ им.М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, matematika.phys.msu.ru, +7(495)939-10-33
T707 (2008-2009) Вопросы к зачету первого семестра

Вариант 1

$$f(b) - f(a) = (b-a)f'(\xi) \in [(b-a)\inf_{(a;b)} f'(x); (b-a)\sup_{(a;b)} f'(x)], \text{ если}$$

$$(1) f(x) = \frac{1}{x}, a = 99, b = 101. (2) f(x) = \frac{1}{x}, a = 1, b = 1,001. (3) f(x) = \sqrt{x}, a = 16, b = 25. (4) f(x) = \arctg x, a = 9, b = 10.$$

$$(5) f(x) = \arctg x, a = 1000, b = 1001. (6) f(x) = \sin x, a = \frac{\pi}{6}, b = \frac{\pi}{3}. (7) f(x) = \arcsin x, a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$(8) f(x) = \frac{\sin x}{x}, a = 0,1, b = 0,2. (9) f(x) = x^{1001}, a = 1, b = 1,001.$$

20. Вычислите значение многочлена Тейлора с центром $x_0 = 0$ указанного порядка n в указанной точке x , если

$$(1) f(x) = (2+x)^3, x = 1, n = 3. (2) f(x) = (1+x)^{2006}, x = 1, n = 2005. (3) f(x) = e^x, x = 2, n = 4.$$

$$(4) f(x) = xe^x, x = 2, n = 4. (5) f(x) = \sin x, x = 1, n = 5. (6) f(x) = \cos x, x = 2, n = 4.$$

$$(7) f(x) = \sqrt{1-x}, x = 0,36, n = 2. (8) f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}, x = 0,64, n = 2. (9) f(x) = \frac{1}{1-x}, x = 1, n = 2006.$$

$$(10) f(x) = \frac{1}{1+x}, x = 1, n = 2006. (11) f(x) = \ln(1-x), x = 1, n = 5. (12) f(x) = \arctg(x), x = 1, n = 3.$$

$$(13) f(x) = \arcsin(x), x = 1, n = 3.$$

$$21. \text{Классифицируйте все точки разрыва: (1) } f(x) = \frac{1}{x}, (2) f(x) = \frac{x}{|x|}, (3) f(x) = \sin \frac{1}{x}, (4) f(x) = x \sin \frac{1}{x}, (5) f(x) = \frac{\sin x}{x},$$

$$(6) f(x) = \ln|x| \sin \frac{1}{x}, (7) f(x) = \frac{1}{\sin x}, (8) f(x) = x \cdot \frac{\sin(\pi x)}{\sin(\pi x)}, (9) f(x) = \operatorname{tg} x, (10) f(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-4)}, (11) f(x) = \frac{x^3+x-2}{x^2+x-2},$$

$$(12) f(x) = e^{-1/x}, (13) f(x) = (1+x)^{1/x}, (14) f(x) = (1+\frac{1}{x})^x, (15) f(x) = (\cos x)^{\frac{1}{x}}, (16) f(x) = x^{17}e^{-1/x},$$

$$(17) f(x) = \arctg \frac{1}{x}, (18) f(x) = e^{\operatorname{tg} x}, (19) f(x) = \operatorname{tg}(e^x), (20) f(x) = \ln|x|, (21) f(x) = x \ln|x|, (22) f(x) = \frac{x^2-1}{\ln|x|}.$$

22. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1) $y = 3x^2 - 2x^3$, (2) $y = 4x^3 - 3x^4$, (3) $y = 4x^6 - 6x^4$, (4) $y = 3x^5 - 5x^3$, (5) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$,
(6) $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, (7) $y = x(3-x)^2$, (8) $y = x(4-x)^3$, (9) $y = x^2(5-x)^3$, (10) $y = (4-x)\sqrt[3]{x}$, (11) $y = (3-x)\sqrt{x}$.

23. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1) $y = x \ln x$, (2) $y = \begin{cases} x \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$, (3) $y = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$, (4) $y = x^2 \ln x$, (5) $y = x(\ln x)^2$,
(6) $y = \begin{cases} x^2 \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$, (7) $y = \begin{cases} x|x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$, (8) $y = \frac{\ln x}{x}$, (9) $y = \frac{x}{\ln x}$,

24. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1) $y = xe^{-x}$, (2) $y = x^2e^{-x}$, (3) $y = x^3e^{-x}$, (4) $y = \sqrt{x}e^{-x}$, (5) $y = \sqrt[3]{x}e^{-x}$.

25. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. $y = x + \frac{1}{x}$, (1) $y = 4x + \frac{9}{x}$, (2) $y = \frac{2}{x^2+1}$, (3) $y = \frac{1}{1-x^2}$, (4) $y = \frac{x}{1-x^2}$, (5) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$, (6) $y = \frac{2x}{x^2+1}$, (7) $y = \frac{3}{x^2+x+1}$.

26. Найдите наклонные асимптоты (правостороннюю и левостороннюю), (1) $y = x \arctg x$, (2) $y = x \ln \frac{x+1}{x}$,
(3) $y = x^2 \ln \frac{x+1}{x}$, (4) $y = \frac{\sin x}{x}$, (5) $y = \sqrt{x^2+x}$, (6) $y = \sqrt[3]{x^3+x^2}$, (7) $y = x \sin(\frac{1}{x})$, (8) $y = x^2 \sin(\frac{1}{x})$.

27. Найдите множество всех предельных точек последовательности (1) $x_n = \frac{n-1}{n}$, (2) $x_n = \sin \frac{\pi n}{6}$, (3) $x_n = (-1)^n \cdot \frac{n-1}{n}$,
(4) $y_1 = 0, y_{n+1} = y_n + \frac{1}{n}, x_n = \text{дробная часть}(y_n)$. (5) $x_n = \overline{a_1 \dots a_n}$, если в десятичной записи $n = \overline{a_{k-1} \dots a_1 a_0}$. (6) $x_n = \overline{a_1 a_0}$,
если в десятичной записи $n = \overline{a_{k-1} \dots a_1 a_0}$. (7) 1; 1; 2; 1; 2; 3; 1; 2; 3; 4; ...

28. Найдите (1) $\sum_{n=0}^{+\infty} (0,5)^n$, (2) $\sum_{n=0}^{+\infty} (-0,5)^n$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$,

(6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$. Найдите частичные суммы рядов (7) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$, (8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+2}+\sqrt{3n-1}}$,

(9) $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$, (10) $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln(1 + \frac{3}{3n-1})$, докажите что эти ряды расходятся.

29. Используя интегральный признак сходимости, исследуйте сходимость (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$,
(4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n}$, (5) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$.

30. Найдите (1) $\int dx$, (2) $\int x dx$, (3) $\int x^7 dx$, (4) $\int \frac{dx}{x}$, (5) $\int \frac{dx}{x^2}$, (6) $\int \sqrt{x} dx$, (7) $\int \sqrt[3]{x} dx$, (8) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$, (9) $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$,
(10) $\int \frac{dx}{\sin x}$, (11) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$, (12) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$, (13) $\int \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$, (14) $\int \frac{dx}{4+x^2}$, (15) $\int \frac{x dx}{4+x^2}$.

31. Найдите, интегрируя по частям, (1) $\int x^3(1-x)^7 dx$, (2) $\int xe^x dx$, (3) $\int xe^{-x} dx$, (4) $\int x^2e^x dx$, (5) $\int x \cos x dx$,
(6) $\int x^2 \cos x dx$, (7) $\int x \sin x dx$, (8) $\int x^2 \sin x dx$, (9) $\int x \sin 3x dx$, (10) $\int \ln x dx$, (11) $\int x \ln x dx$, (12) $\int \arctg x dx$,
(13) $\int x \arctg x dx$, (14) $\int \arcsin x dx$,

32. Найдите, используя метод замены переменной, (1) $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$, (2) $\int \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$, (3) $\int x \cos(x^2) dx$, (4) $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$,

(5) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$, (6) $\int \frac{\sin(\arctg x)}{1+x^2} dx$, (7) $\int \frac{\sin(\arcsin x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$, (8) $\int \frac{\ln x}{x} dx$, (9) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$, (10) $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$, (11) $\int \frac{(\arctg x)^2}{1+x^2} dx$,

(12) $\int xe^{-x^2} dx$, (13) $\int x^2 e^{-x^2} dx$, (14) $\int \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$, (15) $\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$, (16) $\int \frac{dx}{\cos x}$, (17) $\int \frac{dx}{\sin x}$,

33. Найдите (1) $\int \frac{dx}{1-x^2}$, (2) $\int \frac{x dx}{1-x^2}$, (3) $\int \frac{dx}{x^2-5x+6}$, (4) $\int \frac{x dx}{x^2-5x+6}$, (5) $\int \frac{(2x-3)dx}{x^2-5x+6}$, (6) $\int \frac{x^2 dx}{x^2-5x+6}$, (7) $\int \frac{x^3 dx}{x^2-5x+6}$, (8) $\int \frac{dx}{(x-2)^2}$,
(9) $\int \frac{x dx}{(x-2)^2}$, (10) $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$, (11) $\int \frac{x dx}{x^2+x+1}$, (12) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$, (13) $\int \frac{dx}{e^x-1}$, (14) $\int \frac{e^x dx}{e^x-1}$, (15) $\int \frac{x dx}{e^{2x}-1}$,

34. Найдите, интегрируя по частям два раза, (1) $\int e^x \sin x dx$, (2) $\int e^x \cos x dx$, (3) $\int e^{2x} \sin 3x dx$, (4) $\int e^{-3x} \cos 2x dx$,
(5) $\int \sin(\ln x) dx$, (6) $\int \cos(\ln x) dx$. (7) $\int x \sin(\ln x) dx$, (8) $\int x \cos(\ln x) dx$.