

Вопросы курсу "Математический анализ"

(I семестр 2008/2009 учебного года)

1. Понятие вещественного числа. Сравнение вещественных чисел. Точные грани числовых множеств. Существование точных граней. Арифметические операции над вещественными числами.
2. Понятие функции. Предел функции. Односторонние пределы. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Предел числовой последовательности.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых.
4. Свойства пределов функций (арифметические операции, предельный переход в неравенствах). Теорема о пределе монотонной ограниченной функции.
5. Непрерывность функции. Устойчивость знака непрерывной функции. Классификация точек разрыва (примеры). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
6. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение. Метод вилки приближенного вычисления корней уравнений.
7. Понятие обратной функции. Теорема о существовании, строгой монотонности и непрерывности обратной функции.
8. Непрерывность элементарных функций.
9. Замечательные пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$.
10. Понятие производной. Производные функций: x^n , $\sin x$, $\cos x$, $\log_a x$, a^x . Физический и геометрический смысл производной.
11. Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости с существованием производной и непрерывностью.
12. Дифференциал функции, его физический смысл и геометрический смысл.
13. Правила дифференцирования. Производные функций: $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$. Производная обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций.
14. Производная сложной функции. Производные функций x^α и $[u(x)]^{v(x)}$. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная функции, заданной параметрически.
15. Производные высших порядков. Производные n -го порядка функций x^α , a^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln x$. Формула Лейбница.
16. Дифференциалы высших порядков.
17. Производные векторной функции.
18. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Замена переменных и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных функций.
20. Теорема о стягивающейся системе сегментов. Предельные точки последовательности (два определения, их эквивалентность). Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности.
21. Критерий Коши сходимости последовательности.
22. Второе определение предела функции. Эквивалентность двух определений.
23. Критерий Коши существования предела функции в точке.
24. Числовые ряды. Сходящиеся ряды, сумма числового ряда. Критерий Коши.
25. Числовые ряды с положительными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши. Гармонический ряд.
26. Ряды со знакопеременными членами. Признак Лейбница.
27. Ряды с членами произвольного знака. Абсолютная и условная сходимость. Признак Абеля – Дирихле.
28. Арифметические операции над числовыми рядами. Перестановка членов абсолютно сходящегося и условно сходящегося числового ряда.
29. Ограниченность непрерывной на сегменте функции (1-я теорема Вейерштрасса) Точные грани функции. Достижение точных граней непрерывной на сегменте функцией (2-я теорема Вейерштрасса).
30. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
31. Возрастание и убывание функции в точке.
32. Теоремы Ролля и Лагранжа. Условие постоянства функции. Необходимое и достаточное условие монотонности функции.
33. Формула Коши. Правило Лопиталья.
34. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
35. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме. Остаточный член в формах Лагранжа и Коши.
36. Формула Маклорена. Разложение по формуле Маклорена функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. Оценки остаточных членов,
37. Точки локального экстремума функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
38. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба.
39. Асимптоты графика функции. Построение графиков функций (пример).
40. Метод итераций вычисления корней уравнений. Метод хорд. Метод касательных

Вопросы по курсу "Аналитическая геометрия и линейная алгебра"

(1 семестр 2008/2009 учебного года)

1. Декартовы координаты точки на прямой, на плоскости и в пространстве. Криволинейные координаты.
2. Комплексные числа: определение, геометрическая интерпретация, различные формы записи, формула Муавра.
3. Разложение многочлена на линейные множители. Кратность корня. Корни многочлена с вещественными коэффициентами.
4. Сложение матриц, умножение матрицы на число.
5. Арифметическое пространство, теоремы о линейной зависимости его элементов.
6. Свойства определителя как функции его строк.
7. Перестановки и их свойства. Выражение определителя через его элементы, алгебраические дополнения и миноры.
8. Инвариантность определителя по отношению к транспонированию, разложение по столбцу.
9. Умножение матриц, определитель произведения матриц, единичная и обратная матрицы.
10. Теорема о базисном миноре.
11. Ранг матрицы. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.
12. Система n линейных уравнений с m неизвестными, существование и единственность решения.
13. Методы нахождения решений системы n линейных уравнений с m неизвестными при $n = m$ и в общем случае.
14. Векторы, их координаты. Сложение векторов и умножение вектора на число.
15. Скалярное произведение векторов. Вычисление площади параллелограмма и объема параллелепипеда с помощью определителя.
16. Базис на плоскости и в пространстве. Аффинные координаты.
17. Правые и левые пары векторов на плоскости, собственные и несобственные преобразования координат на плоскости.
18. Векторное произведение. Смешанное и двойное векторное произведения.
19. Различные уравнения прямой на плоскости. Формула расстояния от точки до прямой.
20. Различные уравнения плоскости и прямой в пространстве. Формула расстояния от точки до плоскости.
21. Эллипс - определение, каноническое и параметрические уравнения, геометрические свойства.
22. Гипербола - определение, каноническое и параметрические уравнения, геометрические свойства.
23. Парабола - определение, каноническое уравнение, геометрические свойства.
24. Общее уравнение эллипса, гиперболы и параболы в декартовых и в полярных координатах.
25. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
26. Классификация кривых второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
27. Цилиндры и конусы. Конические сечения.
28. Эллипсоид, его геометрические свойства.
29. Гиперболоиды, их геометрические свойства.
30. Параболоиды, их геометрические свойства.