

# Экзаменационные вопросы по курсу

## Численные Методы (2-ой поток, 2009).

### §1 Основные понятия вычислительной математики.

Актуальность и область приложения, понятие численного эксперимента. Общая задача вычисления, пример некорректной постановки. Методология численного решения, требования к вычислительной задаче, дискретная аппроксимация. Оценка эффективности численного метода, основные виды погрешностей, критерий корректности расчета.

### §2 Интерполяция и приближение функций.

Постановка задачи интерполяции, определение линейной интерполянта, чебышевская система функций. Полиномиальная интерполяция, доказательство существования и единственности. Базис Лагранжа и доказательство его единственности, интерполяционный полином  $L_n(x)$  и оценка его эффективности. Разделенные разности и их свойства, построение многочлена  $P_n(x)$ , формула Ньютона и ее экономичность. Погрешность полиномиальной интерполяции: вывод формулы и практические рекомендации. Актуальность сплайн-интерполяции, определение сплайна  $p$ -того порядка, его вид в линейном случае. Вид и необходимые условия построения кубического сплайна. Постановка задачи среднеквадратичной аппроксимации обобщенным полиномом. Доказательство существования и единственности наилучшего приближения. Вид наилучшей среднеквадратичной аппроксиманты, условие ее сходимости.

### §3 Численное интегрирование и дифференцирование.

Задача интегрирования, доказательство существования решения в квадратурах. Степень и погрешность квадратурной формулы, их определение и связь. Веса Ньютона - Котесса. Квадратурные формулы Ньютона - Котесса, свойства коэффициентов Котесса. Формула трапеций, оценка степени и погрешности, геометрическая интерпретация. Формула парабол, оценка степени и погрешности, геометрическая интерпретация. Составные квадратурные формулы, их актуальность, выбор шага по заданной точности интегрирования. Общая формула трапеций, ее вывод и оценка погрешности. Метод Рунге повышения точности расчета. Применение метода Рунге в общей формуле трапеций. Постановка задачи численного дифференцирования, связь интерполяционной и разностной производных. Дифференцирование на основе полиномов  $L_2(x)$ .

### §4 Численное решение нелинейных уравнений.

Постановка задачи и основные методы ее решения. Метод дихотомии и оценка его точности. Представление метода простой итерации в решении нелинейных уравнений, его относительная погрешность. Сходимость итерационного процесса и ее порядок (скорость), понятие сжимающего отображения. Доказательство сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости и оценка ее скорости. Метод релаксации, достаточные условия и скорость его сходимости, выбор итерационного параметра. Метод касательных, достаточные условия и скорость его сходимости, геометрическая интерпретация. Метод секущих, достаточные условия и скорость его сходимости, геометрическая интерпретация. Обобщение метода простой итерации на системы нелинейных уравнений.

## §5 Численные методы линейной алгебры.

Постановка задачи решения СЛАУ, классификация методов. СЛАУ как операторное уравнение, виды и согласование норм. Устойчивость формального решения, связь погрешности решения с обусловленностью матриц. Метод решения систем с треугольными матрицами. Метод исключения (Гаусса) для систем общего вида. Достаточные условия применимости метода Гаусса, суть метода исключения с выбором главного элемента. LU – разложение матриц, связь с методом Гаусса. Общая формулировка простейших итерационных методов решения СЛАУ. Достаточные условия сходимости, задача минимизации вычислений. Понятие энергетического пространства  $H_A$ , формулировка теоремы Самарского. Метод релаксации: явный вид и условия сходимости. Метод Якоби: явный вид и условия сходимости. Алгебраическая проблема поиска собственных значений и собственных векторов. Интерполяционный метод вычисления собственных значений. Нахождение собственных векторов методом обратной итерации.

## §6 Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Постановка задачи вычисления, классификация методов решения. Одношаговые методы и оценка их точности. Многоэтапные методы (схемы) Рунге-Кутты. Вычислительная схема «предиктор – корректор», достоинства методов Рунге-Кутты.