

Численные методы

ЛЕКТОР ДОЦЕНТ БОРОДАЧЕВ Л.В.

Аннотация

Курс представляет собой введение в теорию численных методов, требующее минимум сведений из математического анализа, линейной алгебры и теории дифференциальных уравнений.

Программа курса

§1 Введение: Основные понятия.

1. Предмет вычислительной математики.
2. Общая задача вычисления.
3. Методология численного решения.
4. Оценка эффективности численного метода

§2 Интерполяция и приближение функций.

1. Постановка задачи интерполяции.
2. Полиномиальная интерполяция:
 - a. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
 - b. Интерполяционный многочлен Ньютона.
 - c. Погрешность полиномиальной интерполяции.
3. Сплайн-интерполяция.
4. Среднеквадратичная аппроксимация.
Существование и единственность наилучшего приближения

§3 Численное интегрирование и дифференцирование.

1. Постановка задачи интегрирования.
2. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
3. Практически важные случаи.
 - a. Формула трапеций.
 - b. Формула парабол. (Метод Симпсона)
 - c. Составные квадратурные формулы.
4. Апостериорная оценка погрешности. Метод Рунге.
5. Численное дифференцирование.
 - a. Постановка задачи.
 - b. Дифференцирование на основе интерполяции.
 - c. Связь численной (интерполяционной) и конечно-разностной производных.

§4 Численное решение нелинейных уравнений.

1. Постановка задачи.
2. Метод простой итерации.
3. Сходимость метода простой итерации.
4. Реализация метода простой итерации
 - a. Метод релаксации.
 - b. Метод касательных (Ньютона).
 - c. Метод секущих.
5. Обобщение метода простой итерации на системы нелинейных уравнений.

§5 Численные методы линейной алгебры.

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
Классификация методов.
2. СЛАУ как операторное уравнение.
3. Устойчивость решения СЛАУ. Обусловленность матриц.
4. Прямые методы решения СЛАУ.
 - a. Частные случаи систем.
 - b. Системы общего вида. Метод Гаусса.
 - c. Связь метода Гаусса с разложением матриц
5. Итерационные методы решения СЛАУ
 - a. Простейшие одношаговые методы.
 - b. Метод релаксации.
 - c. Метод Якоби.
 - d. Метод Зейделя.
 - e. Метод верхней релаксации.
6. Сходимость простейших итерационных методов.
7. Алгебраическая проблема собственных значений.
8. Вычисление собственных значений.
9. Нахождение собственных векторов. Метод обратной итерации.

§6 Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

1. Постановка задачи вычисления.
2. Классификация методов решения.
 - a. Одношаговые методы.
 - b. Многошаговые методы.
3. Многоэтапный одношаговый метод Рунге-Кутты.