

# Программа по курсу "Основы математического моделирования" (2<sup>й</sup> поток, 2007-08 г)

**Основные понятия и принципы моделирования.** Прямые и обратные задачи. Иерархия моделей. Универсальность моделей.

## **Некоторые классические задачи математической физики.**

Задача с данными на характеристиках (Задача Гурса). Общая задача Коши для гиперболического уравнения. Функция Римана, ее физический смысл. Решение уравнения с постоянными коэффициентами.

Уравнение переноса в двухфазной среде, динамика сорбции газов. Решение для линейного случая. Автомодельное решение в нелинейном случае.

Задача о фазовом переходе (Задача Стефана). Метод подобия.

Постановка задач для уравнения Гельмгольца в неограниченной области. Условия излучения. Принцип предельного поглощения. Парциальные условия излучения.

## **Математическое моделирование нелинейных процессов.**

Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка. Метод характеристик. Обобщенное решение. Образование разрывных решений. Условия на разрывах (условие Гюгонио).

Нелинейные уравнения параболического типа. Динамика уровня грунтовых вод (уравнение Буссинеска). Задачи нелинейной теплопроводности и горения. Автомодельные решения. Конечная скорость распространения волн. Режимы с обострением.

Модель «хищник-жертва». Исследование ее решения.

Солитонные решения. Уравнения Кортевега-де Фриза, законы сохранения. Схема метода обратной задачи рассеяния.

## **Методы исследования математических моделей.**

**Метод конечных разностей.** Основные понятия, точность аппроксимации, устойчивость, сходимость.

Разностная схема для уравнения теплопроводности на отрезке. Явная и неявная схема. Исследование их устойчивости. Метод прогонки.

Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Ее устойчивость.

Консервативные разностные схемы. Пример неконсервативной схемы. Интегро-интерполяционный метод и метод конечных элементов построения консервативной схемы.

Схемы бегущего счета для решения уравнения переноса. Их устойчивость. Условие Куранта. Монотонные схемы.

**Вариационные методы.** Сведение краевой задачи в частных производных к вариационной. Метод Ритца. Метод Галеркина. Задачи на собственное значение.

**Асимптотические методы.** Случай регулярных возмущений. Алгоритм построения асимптотики.

Случай сингулярных возмущений. Условие устойчивости корней вырожденной задачи. Алгоритм построения асимптотики.

Метод осреднения Крылова - Боголюбова. Алгоритм построения асимптотики.

Метод ВКБ.

**Некоторые новые объекты математического моделирования.** Вейвлеты. Фракталы. Синергетика. Теория перколяции.

## **Литература**

- Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики
- Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике.
- Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование
- Калиткин Н.Н. Численные методы
- Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения.
- Марчук Г.И. Методы вычислительной математики.
- Тарасевич Н.Н. Математическое и компьютерное моделирование.