

А.А.АРСЕНЬЕВ.

## Элементы функционального анализа и математической теории рассеяния.

*Аннотация.*

Курс состоит из двух частей. Первая часть курса есть введение в линейный функциональный анализ, которое рассчитано на начинающих специалистов по математической физике. Строится интеграл Лебега по схеме Даниэля, вводятся понятия метрического, нормированного, гильбертова пространств. Доказываются основные теоремы линейного функционального анализа. Строится операторное исчисление в банаховых пространствах на основе интеграла Данфорда и борелевское операторное исчисление в гильбертовых пространствах на основе спектральной теоремы. Излагается теория возмущения дискретного спектра, разобрана модель Фридрихса в теории возмущения непрерывного спектра. Сообщаются начальные сведения о теории полугрупп. Излагаются элементарная теория обобщенных функций и методы построения фундаментальных решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Сообщаются простейшие сведения о пространствах Соболева. Вторая часть курса посвящена изложению начал математической теории рассеяния. Излагаются вспомогательные сведения об абсолютно непрерывных функциях и ядерных операторах. Вводятся понятия волновых операторов и матрицы рассеяния. Доказываются основные теоремы о существовании волновых операторов. Доказывается принцип инвариантности. Выводятся формулы для матрицы рассеяния в стационарной теории рассеяния. Разобрана модель Фридрихса. Выводятся формулы для матрицы рассеяния в теории потенциального рассеяния, теории дифракции и теории рассеяния в волноводах. Приведены примеры применения теории рассеяния в физике твердого тела (теория Ландауэра-Бутикера).

**Ключевые слова:** пространство, оператор, уравнение.

### *Программа первой части курса: введение в функциональный анализ*

1. Построение интеграла Лебега по схеме Даниэля. Теорема Лебега о предельном переходе в интеграле Лебега. Пространства  $L_p$ . Полнота пространств  $L_p$ .
2. Метрические пространства. Понятие полноты метрического пространства. Принцип сжимающих отображений. Элементарные сведения из общей топологии. Понятие непрерывного отображения. Компактность. Теорема Бэра о категориях и её эквивалентные формулировки.
3. Нормированные пространства. Ограниченные и непрерывные отображения. Теорема Банаха-Штейнгауза и принцип равномерной ограниченности. Теорема об открытости отображения, теорема о замкнутом графике, следствия. Теорема Хана-Банаха. Элементы теории двойственности.
4. Банаховы алгебры. Аналитические функции со значениями в банаховой алгебре, интеграл Данфорда, операторное исчисление.
5. Возмущение изолированного собственного значения конечной кратности.
6. Компактные операторы и теория Рисса-Шаудера.
7. Гильбертовы пространства. Ортогональные разложения. Общий вид линейного функционала. Теорема Лакса-Мильграма. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Спектральная теорема.
8. Элементы теории распределений: дифференцирование распределений, преобразование Фурье.
9. Существование фундаментального решения у дифференциального оператора с постоянными коэффициентами и простейшие методы построения фундаментальных решений.
10. Пространства Соболева. Теоремы вложения.

***Программа второй части курса: введение в математическую теорию рассеяния.***

1. Абсолютно непрерывные функции и разложение Лебега.
2. Ядерные операторы.
3. Абсолютно непрерывный и сингулярный спектр.
4. Волновые операторы и оператор рассеяния.
5. Признаки существования волновых операторов.
6. Принцип инвариантности.
7. Формулы для вычисления матрицы рассеяния в стационарной теории.
8. Модель Фридрихса.
9. Потенциальное рассеяние.
10. Применение общей теории к задачам дифракции.
11. Рассеяние в волноводах.
12. Применения теории рассеяния к задачам физики твердого тела (теория Ландауэра-Буттикера).

*Литература.*

*1. Основная .*

1. Шилов Г.Е., Гуревич Б.Л. Интеграл мера, производная. М.: Наука, 1964.
2. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: Наука, 1977.
3. Канторович Л.В, Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.
4. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Наука, 1982.
5. Владимиров В.С. Обобщённые функции в математической физике. М.: Наука, 1976
6. П.Н.Князев. Функциональный анализ. УРПС, 2003г
7. Ж.Дьедоне. Основы современного анализа. Москва. Мир. 1964г.
- 8 А.А.Кирилов. Теоремы и задачи функционального анализа. Москва. «Наука». 1988г.
9. В.А.Треногин, Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Москва. «Наука».1984г.
10. В.А.Треногин. Функциональный анализ. Москва. «Наука». 1993г. .
11. У.Рудин. Функциональный анализ. Издательство «Лань», 2005г.
12. Д.Р.Яфаев. Математическая теория рассеяния. Санкт-Петербург. Издательство С.-Петербургского университета. 1994 г.

*2. Дополнительная.*

1. Данфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Общая теория. Т.1-3. М.:Издательство иностранной литературы. 1962-1974.
2. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1-4. М., Мир, 1977-1982.
3. В.И.Богачёв. Основы теории меры. Тома 1-2. Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика». Москва-Ижевск, 2003г.
4. С.С.Кутателадзе. Основы функционального анализа. Издательство «Наука», Сибирское отделение. 1983г.
5. П.Халмош. Гильбертово пространство в задачах. ИО НФМИ. 2000г.
6. К.Иосида. Функциональный анализ. Издательство «Мир», 1967г.
7. А. Я. Хелемский. Лекции по функциональному анализу. МЦНМОБ 2004г.
8. В. М. Федоров. Курс функционального анализа. «Лань». 2005г.