

2004 г. (июль)

Вариант 1

1. Решить уравнение

$$\sin x \cdot \sin 4x + \sin 5x \cdot \sin 2x - \cos 3x = 0.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{|x-1|}{1 - \frac{6}{|x-1|}} < -1.$$

3. Решить неравенство

$$\log_2((2-2x-x^2)(x+2)) - \log_8((4+4x+x^2)(8x+16)) + 1 > 0.$$

4. В окружности с радиусом 4 через точку D диаметра BC ($BD : DC = 5 : 3$) проведена хорда EF , перпендикулярная к этому диаметру. Найти радиус окружности, касающейся отрезков BD , DF и дуги BF .

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{x-2y} - \sqrt{2x-2y} = 24 - x, \\ 2^{x-2y} + 2\sqrt{2x-2y} = 2x + 8. \end{cases}$$

6. В трапеции $BCDE$ ($CD \parallel BE$) $BC \perp BE$, $CD = 10$, $BE = 14$, LN — средняя линия (точка L на стороне BC). Прямая, проходящая через точку B и перпендикулярная к стороне DE , пересекает отрезок LN в точке M , $LM : MN = 2 : 1$. Найти площадь трапеции $BCDE$.

7. При каких значениях a уравнение

$$(1 + \sin(3ax))\sqrt{5\pi x - x^2} = 0.$$

имеет ровно 5 различных корней?

8. В правильной треугольной пирамиде $SLMN$ с вершиной S проведена медиана MP в $\triangle SMN$ и даны $LM = 2$, $SL = 6$. Через середину K ребра SM проведена прямая KE , параллельная ребру LN . Через точку L проведена прямая, пересекающая прямые MP и KE в точках A и B соответственно. Найти длину отрезка AB .

2004 г. (июль)

Вариант 2

1. Решить уравнение

$$\cos 2x \cdot \sin 3x + \cos 3x \cdot \sin 4x - \sin x = 0.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{|x-2|}{\frac{12}{|x-2|} - 1} > 1.$$

3. Решить неравенство

$$\log_3((-x^2 - 4x + 2)(3 + x)) - \log_{27}((9 + 6x + x^2)(81 + 27x)) + 1 > 0.$$

4. Прямая, перпендикулярная к диаметру MN полуокружности с радиусом 5, пересекает этот диаметр в точке K ($MK : KN = 2 : 8$), а дугу полуокружности — в точке L . Найти радиус окружности, касающейся отрезков LK , KN и дуги LN .

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{3x-2y} - 9x = 54 + 3\sqrt{6x-2y}, \\ 3^{3x-2y} + 3x = 27 - \sqrt{6x-2y}. \end{cases}$$

6. В трапеции $PQRS$ ($QR \parallel PS$) $PQ \perp PS$, $QR = 8$, $PS = 12$, точки A и C — середины сторон PQ и RS соответственно, точка B на отрезке AC , такая что $AB : BC = 4 : 1$. Прямая PB перпендикулярна к стороне RS . Найти площадь трапеции $PQRS$.

7. При каких значениях a уравнение

$$(1 - \sin(5ax))\sqrt{3\pi x - x^2} = 0.$$

имеет ровно 4 различных корня?

8. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S проведена медиана AM в $\triangle SAC$ и даны $AB = 1$, $SA = 2$. Через середину D ребра SA проведена прямая DE , параллельная ребру BC . Через точку B проведена прямая, пересекающая прямые AM и DE в точках P и Q соответственно. Найти длину отрезка PQ .