

2004 г. (март)

Вариант 1

1. Решить уравнение

$$6 \sin \left(x + \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{8} \right) - 3 \cos x - 1 = 0.$$

2. Решить систему неравенств

$$-2 < \frac{2}{x^2 - x - 2} < -1.$$

3. Решить неравенство

$$\log_{32}(x^2 + 3x + 2)^5 + \log_2(x^2 - 3x + 2) < 2.$$

4. Окружность с центром O вписана в $\triangle ABC$, $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 6$. Прямые AO , BO и CO пересекают стороны BC , AC , и AB в точках K , L и M соответственно. Найти отношение площади $\triangle BMK$ к площади $\triangle CKL$.

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} |2^x - 2^y| + 2^x + 3 \cdot 2^y = 12\sqrt{2}, \\ |2^x + 2^{-y}| + 2^x - 33 \cdot 2^{-y} = 0. \end{cases}$$

6. В $\triangle ABC$ даны стороны $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом в точках A , B и C . Найти радиус наибольшей окружности.

7. Для каждого значения a решить уравнение

$$\log_2^2 \left(\frac{x-3a}{x} \right) + 4 [\log_4(x - 3a)] \log_2 x - 8 \log_4^2 x = 0.$$

8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ($AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$) $AA_1 : AB = 4 : 3$. На боковых ребрах AA_1 , BB_1 и CC_1 взяты точки K , L , и M соответственно, так что $AK : KA_1 = 3 : 1$, $BL : LB_1 = 1 : 3$, $CM : MC_1 = 1 : 3$. Найти двугранный угол между плоскостями KLM и ABC .

2004 г. (март)

Вариант 2

1. Решить уравнение

$$10 \cos \left(x + \frac{\pi}{5} \right) \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{10} \right) + 5 \sin x - 2 = 0.$$

2. Решить систему неравенств

$$-3 < \frac{6}{x^2 - 2x - 3} < -2.$$

3. Решить неравенство

$$\log_6(x^2 - 5x + 6) + 2 \log_{36}(x^2 + 5x + 6) < 2.$$

4. В $\triangle KLM$ даны стороны $KL = 5$, $LM = 6$, $KM = 7$, точка O — центр вписанной окружности. Прямые KO , LO и MO пересекают стороны LM , KM , и KL в точках A , B и C соответственно. Найти отношение площади $\triangle KCB$ к площади $\triangle KAM$.

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} |5^y - 5^x| + 5^y + 3 \cdot 5^x = 12\sqrt{5}, \\ |5^y + 5^{-x}| + 4 \cdot 5^y - 126 \cdot 5^{-x} = 0. \end{cases}$$

6. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом в точках K , L и M ; $KL = 5$, $LM = 7$, $KM = 8$. Найти радиус наименьшей окружности.

7. Для каждого значения a решить уравнение

$$18 \log_{27}^2 x - 6 [\log_{27}(x - 4a)] \log_3 x - \log_3^2 \left(\frac{x-4a}{x} \right) = 0.$$

8. В правильной треугольной призме $KLMK_1L_1M_1$ ($KK_1 \parallel LL_1 \parallel MM_1$) $KK_1 : KL = 7 : 2$. На боковых ребрах KK_1 , LL_1 и MM_1 взяты точки A , B , и C соответственно, так что $KA : AK_1 = 4 : 3$, $LB : BL_1 = 2 : 5$, $MC : CM_1 = 6 : 1$. Найти двугранный угол между плоскостями ABC и KLM .