

2004 г. (май)

Вариант 1

1. Решить уравнение

$$\cos 2x - \cos \frac{5x}{4} \cdot \cos \frac{3x}{4} = 0.$$

2. Решить уравнение

$$\log_7(x - 1) - \log_{49}(x^2 - 8x + 16) = \log_7 2.$$

3. Решить неравенство

$$\sqrt{x^2 + x + 1} + 2x \leq |3x + 1|.$$

4. Прямая, параллельная стороне LM треугольника KLM , пересекает сторону KL в точке A , а сторону KM — в точке B . Площадь трапеции $ALMB$ в три раза меньше площади треугольника ABK . Найти $MB : MK$.

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 5^{x+1} - \frac{18}{3^{2-y}} = 35, \\ \frac{10}{5^{1-x}} + 2 \cdot 3^{y+1} = 36. \end{cases}$$

6. В $\triangle KLM$, все стороны которого различны, биссектриса внешнего угла треугольника, смежного с углом KLM , пересекает продолжение стороны KM в точке N (M между K и N). Через точку N проведена прямая, пересекающая продолжение стороны KL в точке A (L между K и A), такой что $KA = KN$. Известно, что $LN = m$, $LM + MN = n$. Найти длину отрезка LA .

7. При каких значениях a все корни уравнения

$$ax^2 - (3a^3 - 6a^2 - 1)x - 3a(a - 2) = 0$$

удовлетворяют условию $|x| < 2$?

8. Окружность, вписанная в правильный треугольник LMN , является сечением сферы, центр которой находится в точке O . Отношение площади полной поверхности пирамиды $OLMN$ к площади сферы равно k . Найти величину угла OLM и указать все значения, которые может принимать k в условии задачи.

2004 г. (май)

Вариант 2

1. Решить уравнение

$$\sin x - \sin \frac{3x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = 0.$$

2. Решить уравнение

$$\log_3(x - 2) - \log_9(x^2 - 10x + 25) = \log_3 2.$$

3. Решить неравенство

$$\sqrt{x^2 + x + 4} \leq 2x + |3x - 2|.$$

4. Прямая, параллельная стороне AB треугольника ABC , пересекает сторону BC в точке M , а сторону AC — в точке N . Площадь треугольника MCN в два раза больше площади трапеции $ABMN$. Найти $CM : MB$.

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{6}{2^{1-x}} + 2 \cdot 3^{y+1} = 21, \\ 5 \cdot 2^{x+2} - \frac{18}{3^{2-y}} = 56. \end{cases}$$

6. В $\triangle KLM$, все стороны которого различны, биссектриса угла KLM пересекает сторону KM в точке N . Через точку N проведена прямая, пересекающая сторону LM в точке A , такой что $MN = AM$. Известно, что $LN = a$, $KL + KN = b$. Найти длину отрезка AL .

7. При каких значениях a все корни уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяют условию $|x| < 1$?

8. Сфера с центром в точке S проходит через вершины основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$. Отношение площади полной поверхности пирамиды к площади сферы равно a . Найти величину угла ASB и указать все значения, которые может принимать a в условии задачи.