Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 1

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & 8 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 6 & -8 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 10 & -5 & 5 & -20 \\ 2 & -2 & -2 & -6 \\ 0 & 7 & 21 & 14 \\ 1 & -3 & -7 & -7 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -15 \\ 17 \\ 6 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 5)\,, \mathbf{b} = (1, 2, -5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -2, 1)\,, B\,(2, -3, 4)\,, C\,(5, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y - 2z + 8 = 0$, $\pi_2 : y + 2z - 1 = 0$, $M(0, -1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z}{1}$

10. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ точки M_1, симметричной точке M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ относительно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Составить уравнение проекции прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$, не перпендикулярной плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не эту плоскость.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 28, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

13. Прямая $x - 2y + 14 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-4, 0)$, $F_2 = (4, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 2

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 8 \\ -5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 9 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 15 & 9 & 33 & 3 \\ 4 & 4 & 12 & -4 \\ -2 & -7 & -16 & 17 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 2, 1)\,, \mathbf{b} = (1, 2, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, -3, 1)\,, B\,(2, 5, -1)\,, C\,(1, 3, -2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 4x + 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + y - 2 = 0$, $M(1, 2, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-11}{1}$; $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они параллельны?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 8, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{2}{3}$.

13. Прямая $x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 3

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 15 & 9 & 12 & 12 \\ 4 & 4 & 8 & 0 \\ -2 & -7 & -19 & 10 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 20 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 5)\,, \mathbf{b} = (1, 2, -5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 2, 1)\,, B\,(2, -3, -1)\,, C\,(0, -4, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x + 3y + z + 5 = 0$, $\pi_2 : -2x + z - 2 = 0$, $M(1, -1, -4)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они параллельны?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y + 4 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 4

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \\ 7 & -8 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 25 & 19 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 6 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ -13 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 2, -5)\,, \mathbf{b} = (2, 3, -1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 3, 5)\,, B\,(2, -1, 1)\,, C\,(2, -1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y - 2z + 8 = 0$, $\pi_2 : y + 2z - 1 = 0$, $M(0, -1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 27, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $2x - y + 14 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 5

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 1 & 3 & 8 \\ -9 & 6 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 10 & -5 & 35 & 25 \\ 2 & -2 & 8 & 6 \\ 0 & 7 & -7 & -7 \\ 1 & -3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, 4, 5)\,, \mathbf{b} = (-1, 0, -2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -3, 1)\,, B\,(1, 3, -1)\,, C\,(2, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x + y - 3z + 1 = 0$, $\pi_2 : y + z - 1 = 0$, $M(1, 2, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 2, а расстояние между директрисами равно 8.

13. Прямая $x + 2y - 7 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 6

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 30 & 17 \\ -1 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, -1, 5)\,, \mathbf{b} = (2, -1, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, -3, 1)\,, B\,(2, 5, -1)\,, C\,(1, 3, -2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x + 3y + z + 5 = 0$, $\pi_2 : -2x + z - 2 = 0$, $M(1, -1, -4)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. Найти расстояние от точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ до плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Составить уравнение проекции прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$, не перпендикулярной плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не эту плоскость.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а расстояние между директрисами равно 8.

13. Прямая $x - 2y + 14 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 7

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 9 \\ 2 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 9 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & -7 & -11 & -19 \\ 3 & -2 & 0 & -7 \\ -2 & 7 & 17 & 16 \\ -2 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, 3, 4)\,, \mathbf{b} = (4, 2, 3)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(-1, 4, -2)\,, B\,(1, 0, -5)\,, C\,(2, -2, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x - 5y - 3z + 7 = 0$, $\pi_2 : 2x + 5y - z + 1 = 0$, $M(0, -1, 3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 24, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13. Прямая $x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{6}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 8

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 8 \\ -5 & -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 10 & -5 & -25 & 30 \\ 2 & -2 & -8 & 8 \\ 0 & 7 & 21 & -14 \\ 1 & -3 & -10 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 3, -1), \mathbf{b} = (3, 3, 4)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A(1, -2, 1), B(2, -3, -1), C(2, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -x - y + 3z + 2 = 0$, $\pi_2 : -2x + y - z - 2 = 0$, $M(-1, 3, 5)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y + 10 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 9

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 7 & -7 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 31 & -1 \\ -1 & -2 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 16 & -17 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 5, -3)\,, \mathbf{b} = (1, 1, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 0, 1)\,, B\,(-1, 1, 2)\,, C\,(1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x + y - 5z + 6 = 0$, $\pi_2 : x + 6y + z - 3 = 0$, $M(0, 0, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Составить векторное уравнение прямой, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

13. Прямая $x + 2y + 13 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 10

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -9 \\ 6 & 6 & 3 \\ -6 & -3 & 11 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 2 & -9 & 15 & 13 \\ 0 & 4 & -4 & -4 \\ 4 & -5 & 17 & 13 \\ 1 & -3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 0, -5)\,, \mathbf{b} = (3, -1, 0)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -2, 1)\,, B\,(2, -3, -1)\,, C\,(2, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x + y - 5z + 6 = 0$, $\pi_2 : x + 6y + z - 3 = 0$, $M(0, 0, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 5, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

13. Прямая $2x + y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{5}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 11

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 6 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & 8 & 13 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 8 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & 13 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, -1, 0)\,, \mathbf{b} = (2, -2, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 0, 1)\,, B\,(-1, 1, 2)\,, C\,(1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + y + z + 1 = 0$, $\pi_2 : x + z + 1 = 0$, $M(2, 1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 28, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

13. Прямая $-x + 2y + 8 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 12

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 30 & 17 \\ -1 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -16 \\ 20 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 3, -1)\,, \mathbf{b} = (3, 3, 4)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 0, 1)\,, B\,(-1, 1, 2)\,, C\,(1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x - 3y - z + 4 = 0$, $\pi_2 : -x + z - 1 = 0$, $M(1, -1, 3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{0}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Составить векторное уравнение прямой, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $-x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 13

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 8 \\ -5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 15 & 9 & -3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ -2 & -7 & -17 & -12 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -16 \\ 20 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, -4, 1)\,, \mathbf{b} = (2, -2, 6)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, 1)\,, B\,(2, -3, 0)\,, C\,(4, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y - 2z + 8 = 0$, $\pi_2 : y + 2z - 1 = 0$, $M(0, -1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z+6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они имеют единственную общую точку?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $2x + y - 11 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{5}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 14

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 17 & 1 & 11 \\ -9 & 0 & 4 \\ -1 & 18 & -10 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 9 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 5 & -4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} -7 & 9 & -30 & -23 \\ 3 & -2 & 11 & 8 \\ -2 & 7 & -13 & -11 \\ -2 & 3 & -9 & -7 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 2, 1)\,, \mathbf{b} = (1, 2, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 0, 1)\,, B\,(-1, 1, 2)\,, C\,(1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x + y - 5z + 6 = 0$, $\pi_2 : x + 6y + z - 3 = 0$, $M(0, 0, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z+6}{1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D_2$.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 18, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13. Прямая $-x + 2y - 6 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-4, 0)$, $F_2 = (4, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 15

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 & -9 \\ 12 & 19 & 8 \\ -5 & -3 & -15 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 31 & -29 \\ 3 & 4 & 11 & -6 \\ -6 & -5 & -16 & 3 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ 5 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 3, -1)\,, \mathbf{b} = (3, 3, 4)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -3, 1)\,, B\,(1, 3, -1)\,, C\,(2, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 5x - 3y - 2z - 4 = 0$, $\pi_2 : -3x + 2z - 7 = 0$, $M(2, 1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 2, а расстояние между директрисами равно 6.

13. Прямая $2x + y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 16

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 9 \\ 2 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 1 & 13 & -10 & -11 \\ -1 & 4 & -7 & -6 \\ 6 & -5 & 23 & 17 \\ -2 & 3 & -9 & -7 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3,3,4)\,, \mathbf{b} = (4,2,3)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1,3,5)\,, B\,(2,-1,1)\,, C\,(2,-1,2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -x-y+3z+2=0$, $\pi_2 : -2x+y-z-2=0$, $M(-1,3,5)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+1}{1}$; $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не параллельные между собой. Точка M лежит на прямой и удалена от плоскости на расстояние ρ. Найти радиус-вектор точки M.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{5}$.

13. Прямая $2x - y + 13 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1,0)$, $F_2 = (1,0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 17

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 8 & 2 & -9 \\ 6 & 6 & 3 \\ -6 & -3 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 1 & 5 \\ -1 & -2 & -4 & -3 \\ 2 & 7 & 17 & 12 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, 0, 1)\,, \mathbf{b} = (2, -2, 6)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(2, 2, -2)\,, B\,(0, 1, 2)\,, C\,(3, 3, -2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x + 3y - z + 1 = 0$, $\pi_2 : x + y + z - 2 = 0$, $M(2, -1, 7)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{0}$

10. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не параллельные между собой. Точка M лежит на прямой и удалена от плоскости на расстояние ρ. Найти радиус-вектор точки M.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 3, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 18

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 & -9 \\ 12 & 19 & 8 \\ -5 & -3 & -15 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 53 & 19 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 6 & 5 & 27 & 4 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, -1, 3)\,, \mathbf{b} = (2, -3, 0)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -1, 3)\,, B\,(3, 0, -1)\,, C\,(1, 1, 5)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3x - 2y - 6z + 12 = 0$, $\pi_2 : x - y + z - 2 = 0$, $M(0, 1, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ пересекаются по прямой?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не параллельные между собой. Точка M лежит на прямой и удалена от плоскости на расстояние ρ. Найти радиус-вектор точки M.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 2, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{7}$.

13. Прямая $x + 2y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{2}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 19

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 19 & -4 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 10 & -5 & 0 & 35 \\ 2 & -2 & -2 & 10 \\ 0 & 7 & 14 & -21 \\ 1 & -3 & -5 & 11 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -16 \\ 20 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, 2, -1)\,, \mathbf{b} = (3, 2, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, -1)\,, B\,(2, 3, 0)\,, C\,(0, 3, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y - 3z + 2 = 0$, $\pi_2 : -x - y + z - 1 = 0$, $M(1, 0, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+3}{1}$; $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они имеют единственную общую точку?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 2, а расстояние между директрисами равно 6.

13. Прямая $2x + y + 11 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 20

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 32 & -12 \\ 0 & -2 & -6 & 4 \\ 6 & 5 & 9 & 2 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, 4, 5)\,, \mathbf{b} = (-1, 0, -2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 2, 1)\,, B\,(2, -3, -1)\,, C\,(0, -4, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y + z - 4 = 0$, $\pi_2 : x + y - z + 11 = 0$, $M(0, 1, 5)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ пересекаются по прямой?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они имеют единственную общую точку?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 24, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13. Прямая $-x + 2y - 15 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 21

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 19 & -4 & 14 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 2 & -9 & 15 & 13 \\ 0 & 4 & -4 & -4 \\ 4 & -5 & 17 & 13 \\ 1 & -3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 2, 1)\,, \mathbf{b} = (2, 3, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(2, 2, 1)\,, B\,(-2, 3, -1)\,, C\,(1, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y + z - 2 = 0$, $\pi_2 : -2x + 3z - 5 = 0$, $M(1, -2, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-11}{1}$; $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ пересекаются по прямой?

11. Составить векторное уравнение прямой, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а расстояние между директрисами равно 6.

13. Прямая $2x + y - 11 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 22

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 8 \\ -5 & -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & -4 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 49 & 21 \\ 3 & 4 & 18 & 5 \\ -6 & -5 & -27 & -4 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -10 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, -1, 0)\,, \mathbf{b} = (2, -2, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, 1)\,, B\,(2, 3, -1)\,, C\,(0, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x - y - 2z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + 3z - 2 = 0$, $M(1, 0, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$; $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Составить векторное уравнение прямой, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $-x + 2y + 3 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 23

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 8 & 2 & -9 \\ 6 & 6 & 3 \\ -6 & -3 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} -7 & 9 & 41 & 25 \\ 3 & -2 & -12 & -7 \\ -2 & 7 & 25 & 16 \\ -2 & 3 & 13 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, -1, 0)\,, \mathbf{b} = (2, -2, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 3, -2)\,, B\,(2, -3, 1)\,, C\,(3, 0, -1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x - 3y - 4z + 6 = 0$, $\pi_2 : -x + 2z + 3 = 0$, $M(0, 1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$; $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 24

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 1 & 3 & 8 \\ -9 & 6 & 12 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} -7 & -7 & -14 & 0 \\ -1 & -2 & -5 & 2 \\ 2 & 7 & 19 & -10 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 2, 1)\,, \mathbf{b} = (2, 3, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, -1)\,, B\,(2, 3, 0)\,, C\,(0, 3, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x - 3y - 4z + 6 = 0$, $\pi_2 : -x + 2z + 3 = 0$, $M(0, 1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $-x + 2y - 15 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 25

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -9 \\ 6 & 6 & 3 \\ -6 & -3 & 11 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} -7 & -7 & -35 & -7 \\ -1 & -2 & -8 & -3 \\ 2 & 7 & 25 & 12 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -17 \\ -22 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (3, 2, -1)\,, \mathbf{b} = (3, 2, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, -1)\,, B\,(2, 3, -1)\,, C\,(0, 1, 3)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x - y - 2z + 4 = 0$, $\pi_2 : y - z - 2 = 0$, $M(2, 0, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они параллельны?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 24, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13. Прямая $-x + 2y - 15 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 26

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 9 \\ 2 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} -7 & -7 & -21 & 7 \\ -1 & -2 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 16 & -17 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 5, -3)\,, \mathbf{b} = (1, 1, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(-3, 0, 1)\,, B\,(1, 1, 2)\,, C\,(-1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y + z - 4 = 0$, $\pi_2 : x + y - z + 11 = 0$, $M(0, 1, 5)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии прямая лежит в плоскости?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

13. Прямая $x - 2y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{5}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 27

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 8 & 2 & -9 \\ 6 & 6 & 3 \\ -6 & -3 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 9 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 15 & 9 & -3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ -2 & -7 & -17 & -12 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 2, 3)\,, \mathbf{b} = (5, -6, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 2, 1)\,, B\,(2, -3, -1)\,, C\,(0, -4, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3y - z = 0$, $\pi_2 : z - 2 = 0$, $M(0, 1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$; $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 16, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x - 2y + 8 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 28

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -5 \\ 7 & -6 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 9 & 3 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ -6 & -5 & -13 & -7 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 5)\,, \mathbf{b} = (1, 2, -5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(4, 2, 1)\,, B\,(-2, 0, -1)\,, C\,(0, 4, -2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x - 5y - 3z + 7 = 0$, $\pi_2 : 2x + 5y - z + 1 = 0$, $M(0, -1, 3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не параллельные между собой. Точка M лежит на прямой и удалена от плоскости на расстояние ρ. Найти радиус-вектор точки M.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $x - 2y + 8 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 29

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -5 \\ 7 & -6 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 53 & 5 \\ -1 & -2 & -8 & -3 \\ 2 & 7 & 25 & 12 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 2, -5)\,, \mathbf{b} = (2, 3, -1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -3, 1)\,, B\,(1, 3, -1)\,, C\,(2, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x - z + 1 = 0$, $\pi_2 : -x + 1 = 0$, $M(1, 0, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $2x - y + 14 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{5}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 30

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -5 \\ 7 & -6 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \\ 5 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 53 & 5 \\ -1 & -2 & -8 & -3 \\ 2 & 7 & 25 & 12 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ -13 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -2, 1)\,, \mathbf{b} = (3, 2, -1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, -3, 1)\,, B\,(2, 5, -1)\,, C\,(1, 3, -2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y + z - 4 = 0$, $\pi_2 : x + y - z + 11 = 0$, $M(0, 1, 5)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-11}{1}$; $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$

10. Найти расстояние от точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ до плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $-x + 2y - 7 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 31

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} -7 & -7 & -21 & 7 \\ -1 & -2 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 16 & -17 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -10 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -2, 1)\,, \mathbf{b} = (1, -2, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -1, 3)\,, B\,(3, 0, -1)\,, C\,(1, 1, 5)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3y - z = 0$, $\pi_2 : z - 2 = 0$, $M(0, 1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии прямая лежит в плоскости?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 28, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

13. Прямая $x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 32

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 19 & -4 & 14 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 37 & 25 \\ -1 & 4 & 14 & 9 \\ 6 & -5 & -27 & -16 \\ -2 & 3 & 13 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -17 \\ -22 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 2, 1)\,, \mathbf{b} = (2, 3, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 3, 5)\,, B\,(2, -1, 1)\,, C\,(2, -1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3x - 2y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : x - y + z - 1 = 0$, $M(1, -1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{1}$

10. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ точки M_1, симметричной точке M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ относительно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y - 11 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{6}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 33

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -5 \\ 7 & -6 & 10 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 37 & 25 \\ -1 & 4 & 14 & 9 \\ 6 & -5 & -27 & -16 \\ -2 & 3 & 13 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2,2,1)\,, \mathbf{b} = (1,2,1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(-1,2,1)\,, B\,(-2,3,-1)\,, C\,(0,-1,2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3x - y - 2z + 7 = 0$, $\pi_2 : x + y - 2 = 0$, $M(2,-1,0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Составить векторное уравнение прямой, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а расстояние между директрисами равно 10.

13. Прямая $x + 2y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3,0)$, $F_2 = (3,0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 34

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 32 & -12 \\ 0 & -2 & -6 & 4 \\ 6 & 5 & 9 & 2 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -2, 1)\,, \mathbf{b} = (1, -2, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 0, 1)\,, B\,(-1, 1, 2)\,, C\,(1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 4x + 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + y - 2 = 0$, $M(1, 2, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 2, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{7}$.

13. Прямая $2x - y + 7 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 35

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -5 \\ -3 & 4 & 5 \\ 3 & 8 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 6 & -8 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \\ 5 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 34 & -16 \\ 3 & 4 & 9 & -2 \\ -6 & -5 & -9 & -2 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -17 \\ -22 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 2, 3)\,, \mathbf{b} = (5, -6, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, -1)\,, B\,(2, 3, 0)\,, C\,(0, 3, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x - 3y - 4z + 6 = 0$, $\pi_2 : -x + 2z + 3 = 0$, $M(0, 1, 1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они параллельны?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 3, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $-x + 2y - 6 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-4, 0)$, $F_2 = (4, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 36

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 53 & 5 \\ -1 & -2 & -8 & -3 \\ 2 & 7 & 25 & 12 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -15 \\ -19 \\ 6 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 2)\,, \mathbf{b} = (3, 4, 5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, 2)\,, B\,(2, 3, 4)\,, C\,(0, -1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x - 3y - z - 4 = 0$, $\pi_2 : -3x + y - z - 1 = 0$, $M(1, 1, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они параллельны?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 8, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $-x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 37

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 19 & -4 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 2 & -9 & -16 & 31 \\ 0 & 4 & 8 & -12 \\ 4 & -5 & -6 & 23 \\ 1 & -3 & -5 & 11 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 2)\,, \mathbf{b} = (3, 4, 5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(2, 2, 1)\,, B\,(-2, 3, -1)\,, C\,(1, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x + 3y - 2z + 2 = 0$, $\pi_2 : 2x + 3z - 3 = 0$, $M(-1, 1, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не параллельные между собой. Точка M лежит на прямой и удалена от плоскости на расстояние ρ. Найти радиус-вектор точки M.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 24, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13. Прямая $2x - y + 7 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{5}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 38

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 1 & 3 & 8 \\ -9 & 6 & 12 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 3 & 9 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 8 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & 13 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (-5, 3, -1)\,, \mathbf{b} = (-1, 0, 2)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 0, 1)\,, B\,(-1, 1, 2)\,, C\,(1, 1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x - 5y - 3z + 7 = 0$, $\pi_2 : 2x + 5y - z + 1 = 0$, $M(0, -1, 3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-11}{1}$; $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Составить векторное уравнение прямой, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 3, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 39

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -5 \\ 7 & -6 & 10 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 41 & 25 \\ -1 & 4 & 10 & 9 \\ 6 & -5 & -3 & -16 \\ -2 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (-1, 2, 2)\,, \mathbf{b} = (3, -1, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, 1)\,, B\,(2, 3, -1)\,, C\,(0, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x - y - 2z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + 3z - 2 = 0$, $M(1, 0, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+3}{1}$; $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не параллельные между собой. Точка M лежит на прямой и удалена от плоскости на расстояние ρ. Найти радиус-вектор точки M.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $-x + 2y - 6 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-4, 0)$, $F_2 = (4, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{5}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 40

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & 8 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 6 & -8 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 10 & -5 & 0 & 35 \\ 2 & -2 & -2 & 10 \\ 0 & 7 & 14 & -21 \\ 1 & -3 & -5 & 11 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -14 \\ 17 \\ 6 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 2, 3)\,, \mathbf{b} = (5, -6, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, -1)\,, B\,(2, 3, 0)\,, C\,(0, 3, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 4x + 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + y - 2 = 0$, $M(1, 2, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 16, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $-x + 2y - 7 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 41

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 1 & 3 & 8 \\ -9 & 6 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 53 & 5 \\ -1 & -2 & -8 & -3 \\ 2 & 7 & 25 & 12 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, -1, 3)\,, \mathbf{b} = (2, -3, 0)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, 2)\,, B\,(2, 3, 4)\,, C\,(0, -1, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 4x + 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + y - 2 = 0$, $M(1, 2, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-6}{1}$; $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$

10. Найти расстояние от точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ до плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Составить уравнение проекции прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$, не перпендикулярной плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$, не эту плоскость.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y - 12 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 42

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 9 \\ 2 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 31 & -29 \\ 3 & 4 & 11 & -6 \\ -6 & -5 & -16 & 3 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 3, -4)\,, \mathbf{b} = (1, 0, -5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(-1, 2, 1)\,, B\,(-2, 3, -1)\,, C\,(0, -1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3y - z = 0$, $\pi_2 : z - 2 = 0$, $M(0, 1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$; $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ пересекаются по прямой?

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 2, а расстояние между директрисами равно 4.

13. Прямая $x + 2y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 43

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \\ 7 & -8 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -7 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 34 & -16 \\ 3 & 4 & 9 & -2 \\ -6 & -5 & -9 & -2 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе:
$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -11 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 5, -3)\,, \mathbf{b} = (1, 1, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 3, -2)\,, B\,(2, -3, 1)\,, C\,(3, 0, -1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x + 3y - 2z + 2 = 0$, $\pi_2 : 2x + 3z - 3 = 0$, $M(-1, 1, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они параллельны?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 3, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $-x + 2y - 6 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-4, 0)$, $F_2 = (4, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{2}x^2 + y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 44

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -9 \\ 6 & 6 & 3 \\ -6 & -3 & 11 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 10 & -5 & -25 & 30 \\ 2 & -2 & -8 & 8 \\ 0 & 7 & 21 & -14 \\ 1 & -3 & -10 & 8 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 20 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1,1,1)\,, \mathbf{b} = (2,3,-4)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1,2,1)\,, B\,(2,3,-1)\,, C\,(0,1,2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x - 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : -2x + y - z - 1 = 0$, $M(1,1,-3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-14}{1}$; $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-9}{-1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ совпадают?

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 8, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{2}{3}$.

13. Прямая $2x + y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2,0)$, $F_2 = (2,0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 45

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 1 & 3 & 8 \\ -9 & 6 & 12 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 7 & 13 & 53 & 19 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 6 & 5 & 27 & 4 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 20 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -2, 1)\,, \mathbf{b} = (3, 2, -1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(3, 3, -2)\,, B\,(2, -3, -2)\,, C\,(2, 3, -1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x - 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : -2x + y - z - 1 = 0$, $M(1, 1, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{1}$

10. Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D_2$.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они имеют единственную общую точку?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 24, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13. Прямая $x - 2y - 6 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{6}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 46

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 9 \\ 2 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 5 & 13 & 29 & 21 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ -6 & -5 & -3 & -4 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -17 \\ -22 \\ 7 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (-1, 2, 2)\,, \mathbf{b} = (3, -1, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, -3, 1)\,, B\,(1, 3, -1)\,, C\,(2, 1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 3x - y - 2z + 7 = 0$, $\pi_2 : x + y - 2 = 0$, $M(2, -1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ параллельны, но не совпадают?

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а расстояние между директрисами равно 8.

13. Прямая $2x - y - 14 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-3, 0)$, $F_2 = (3, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{7}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 47

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 17 & 1 & 11 \\ -9 & 0 & 4 \\ -1 & 18 & -10 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & -2 & 7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 27 & -37 \\ -1 & 4 & 7 & -14 \\ 6 & -5 & -4 & 27 \\ -2 & 3 & 4 & -13 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -14 \\ 17 \\ 6 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (1, 1, 1), \mathbf{b} = (2, 3, -4)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(2, 3, -2), B\,(-1, 4, 3), C\,(3, 5, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 2y - 5z + 1 = 0$, $\pi_2 : -x - 2y + z = 0$, $M(1, 0, -1)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $-x + 2y + 3 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 48

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 1 & 3 & 8 \\ -9 & 6 & 12 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \\ 5 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 15 & 9 & 33 & 3 \\ 4 & 4 & 12 & -4 \\ -2 & -7 & -16 & 17 \\ 2 & 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -14 \\ 17 \\ 6 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 2)\,, \mathbf{b} = (3, 4, 5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 3, 5)\,, B\,(2, -1, 1)\,, C\,(2, -1, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : 2x + 3y - 2z + 2 = 0$, $\pi_2 : 2x + 3z - 3 = 0$, $M(-1, 1, 2)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. При каком необходимом и достаточном условии плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1) = D_1$ и $(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2) = D_2$ пересекаются по прямой?

11. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$ с плоскостью $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ при условии $(\mathbf{a}, \mathbf{n}) \neq 0$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y - 11 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-6, 0)$, $F_2 = (6, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 49

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -9 \\ 12 & 19 & 8 \\ -5 & -3 & -15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -9 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 9 & -2 & -7 \\ -3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 15 & 9 & 57 & 3 \\ 4 & 4 & 20 & 4 \\ -2 & -7 & -25 & -12 \\ 2 & 3 & 13 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, 2, 1)\,, \mathbf{b} = (1, 2, 1)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(-1, 4, -2)\,, B\,(1, 0, -5)\,, C\,(2, -2, 1)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : x + 3y - 5z + 2 = 0$, $\pi_2 : x + y - 3z - 2 = 0$, $M(-1, -1, 0)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-6}{1}$

10. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через прямую $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и точку M_1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$, не лежащую на этом прямой.

11. Даны прямая $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$ и плоскость $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$. При каком необходимом и достаточном условии они имеют единственную общую точку?

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусом и соответствующей директрисой равно 4, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

13. Прямая $2x + y + 9 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$.

Писать на карточке с заданием запрещается!

Зачетная контрольная работа

Вариант 50

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 9 & -3 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ 19 & -4 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -6 & 0 \\ 3 & 9 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Данную матрицу элементарными преобразованиями строк привести к упрощенному виду. Указать базисные столбцы матрицы (с наименьшими возможными номерами), установить линейные зависимости между столбцами матрицы и вычислить ее ранг: $\begin{pmatrix} 13 & 9 & 1 & 5 \\ -1 & -2 & -4 & -3 \\ 2 & 7 & 17 & 12 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

5. Проверить, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\mathbf{d}$ в этом базисе: $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Найти ортогональную проекцию $\mathrm{pr}_{\mathbf{a}}\, \mathbf{b}$ вектора $\mathbf{b}$ на вектор $\mathbf{a}$ и ортогональную составляющую $\mathbf{b}^{\perp}$ вектора $\mathbf{b}$ относительно вектора $\mathbf{a}$: $\mathbf{a} = (2, -1, 2)\,, \mathbf{b} = (3, 4, 5)$

7. Даны вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$. Определить координаты вершины D и площадь параллелограмма: $A\,(1, 2, -2)\,, B\,(2, 3, 1)\,, C\,(0, 3, 2)$

8. Составить каноническое уравнение прямой, параллельной плоскостям π_1 и π_2 и проходящей через точку M: $\pi_1 : -2x - 3y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : -2x + y - z - 1 = 0$, $M(1, 1, -3)$

9. Составить каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$; $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{-1}$

10. Найти радиус-вектор $\mathbf{r}_1$ проекции M_1 точки M_0 с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ на плоскости $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.

11. Составить векторное уравнение плоскости, проходящей через точку M_0, определяемую радиус-вектором $\mathbf{r}_0$, перпендикулярно прямой $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}t$.

12. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его фокусами равно 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

13. Прямая $x + 2y + 13 = 0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$. Составить каноническое уравнение этого эллипса.

14. Составить каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с эллипсом $\frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{6}y^2 = 1$.