

1.2.4. Компьютерное моделирование процесса распространения приливной волны в среде с разрушающимися препятствиями

1. Название работы

Компьютерное моделирование процесса распространения приливной волны в среде с разрушающимися препятствиями.

2. Физические предпосылки

Исследование процесса распространения приливной волны в пространственно неоднородной среде является сейчас одним из приоритетных направлений теоретической и прикладной математики. Одна из адекватных моделей этого процесса предполагает наличие препятствий, разрушающихся при достижении заданного уровня давления. Математическая модель включает уравнение реакции-адвекции-диффузии с нелинейным источником, уравнение состояния препятствия, включающее предельную нагрузку, и систему уравнений, описывающую скачкообразное изменение параметров, соответствующее разрушению препятствий.

Уравнение реакции-адвекции-диффузии (РАД) описывает процессы, протекающие в различных физических, химических, биологических объектах. Начально-краевая задача для уравнения реакции-адвекции-

диффузии на отрезке имеет вид

$$\begin{cases} \rho u_t = V u_x + (k(x)u_x)_x - f(u, x, t), \\ u(a, t) = u^{(a)}(t), t \geq t_0, u(b, t) = u^{(b)}(t), t \geq t_0, \\ u(x, t_0) = u^{(0)}(x), a < x < b. \end{cases}$$

(RAD)

Если уравнение РАД применяется для описания процесса диффузии некоторого вещества в движущейся среде, то $\rho(x)$ есть удельная емкость, $V(x)$ скорость переноса, $k(x)$ коэффициент диффузии, $f(u, x, t)$ плотность источников. Неизвестная функция $u(x, t)$ (которую будем дальше называть концентраций данного вещества) зависит от координат и времени и определяется тремя процессами. Реакция означает изменение (возрастание или убывание) концентрации за счет внешних источников данного вещества. Интенсивность источников зависит от концентрации, от координат, от времени, и, возможно, от концентрации других компонент, участвующих в реакции. Например, процесс распространения пожара в лесу описывается в простейшем приближении уравнением реакции-диффузии-адвекции, в котором u есть температура, k коэффициент радиационной диффузии, V скорость ветра. Для исследование задачи (RAD) мы используем асимптотический метод разложения решения в ряд по малому параметру, которым обычно является отношение толщины ВПС к диаметру области. Имеются многочисленные работы, в которых задача (RAD) исследуется численно и аналитически.

В данной работе предполагается исследование задачи (RAD) в случае, когда некоторые параметры являются разрывными функциями от некоторых физических величин, описывающих процесс распространения приливной волны. Это отличает данную работу от имеющихся в данной области математической физики.

3. Цель работы

Разработать методику исследования контрастных структур для уравнения реакции-диффузии-адвекции с разрушением методами компьютерного моделирования.

4. Научная новизна

Исследование начально-краевой задачи для уравнения реакции-диффузии-адвекции в случае, когда некоторые параметры являются разрывными функциями.

5. Компьютерное моделирование

Выполнение дипломной работы предполагает компьютерное моделирование в значительном объеме с помощью языка программирования высокого уровня (например, C++), а также одного из математических инструментов, таких как MatLab, MathCad, Mathematica, Maple. Возможно также ограничиться только использованием математического инструмента.

6. Аналитическое моделирование

Возможно дальнейшее развитие данной работы в направлении аналитического исследования решения системы дифференциальных уравнений в частных производных методом асимптотического разложения

МГУ им М.В.Ломоносова Физический факультет, каф. математики

Быков А.А. Методы компьютерной математики

1. Курсовые работы 1.2. Нелинейные эволюционные уравнения решения в ряд по степеням малого параметра. Метод асимптотического разложения включает построение формальной асимптотики, построение так называемых нижнего и верхнего решений, обоснование формальной асимптотики с помощью так называемого метода дифференциальных неравенств.

7. Используемый математический аппарат

Для выполнения курсовой работы достаточно знать основные приемы работы с математическим инструментом. Можно использовать MatLab, Mathematica, MathCad, Maple.

Компьютерное моделирование уравнения адвекции-диффузии в данной работе проводится так называемым методом частичной дискретизации. Для дальнейшего продвижения используется теория и практика разностных схем для решения эволюционного уравнения, адаптивные сетки. Дальнейшее развитие основано на применении аппарата математической физики, постановка и основные свойства задачи Коши для уравнения диффузии.

8. Возможности дальнейшего развития работы

Дипломная работа.