

## **1.3.1. Компьютерное моделирование некоторых задач теории катастроф**

### **1. Название работы**

Компьютерное моделирование некоторых задач теории катастроф

### **2. Физические предпосылки**

Теория катастроф – раздел математики, который изучает нелинейные уравнения различных типов (алгебраические, дифференциальные, интегральные), зависящие от параметра. Предполагается, что имеются области изменения параметра (или параметров, если их несколько), в которых решение является гладкой функцией от параметров. Эти области разделены линиями (поверхностями), при пересечении которых решение меняется скачком. Таким образом, сколь угодно малое изменение параметров задачи приводит к конечному изменению решения. Набор параметров можно представить как точку в некотором многомерном пространстве (пространстве параметров), а решение задачи – как точку в некотором другом пространстве (конечномерном или бесконечномерном, функциональном). Решение задачи при заданном наборе параметров будем далее называть состоянием системы, а сам набор параметров будем называть вектором управления (или просто управлением). В рамках теории катастроф пространство состояний системы можно рассматривать как поверхность, вложенную в некоторое пространство большей размерности. Иначе

МГУ им М.В.Ломоносова Физический факультет, каф. математики

**Быков А.А. Методы компьютерной математики**

**1. Курсовые работы**

1.3. Приложения теории катастроф

~~говоря, вектор управления не определяет состояние~~ системы однозначным образом. Состояние системы определяется как вектором управления, так и предисторией системы, т.е. траекторией, по которой вектор управления пришел к некоторому заданному значению. Чаще всего изучается модель, в рамках которой точка в пространстве параметров перемещается по некоторой траектории, пересекающей критические поверхности. Каждый раз при пересечении такой поверхности решение меняется скачком. Предположим, что при движении вектора управления по некоторой кривой  $ABCD$  в пространстве управления скачкообразное изменения состояния системы произошло в точке  $C$ . Как правило, при движении точки в пространстве параметров по той же траектории в обратную сторону, т.е. по траектории  $DCBA$ , скачкообразное изменение состояния системы происходит в другой позиции управления, например в точке  $B$ . Таким образом, при циклическом движении точки в пространстве управления по траектории  $ABCD \rightarrow DCBA \rightarrow ABCD \dots$  движение точки в пространстве состояний будет происходить по некоторой более сложной кривой с точками скачкообразных изменений. То же самое будет происходить при движении по замкнутой гладкой кривой в пространстве управления. Теория катастроф изучает также экстремальные задачи с параметрами. Например, состояние ферромагнитного материала при заданном внешнем магнитном поле определяется условием наименьшей полной энергии (т.е. суммы

МГУ им М.В.Ломоносова Физический факультет, каф. математики

**Быков А.А. Методы компьютерной математики**

**1. Курсовые работы** 1.3. Приложения теории катастроф энергии каждого магнитного диполя во внешнем поле и суммы всех взаимных энергий). Хорошо известно, что состояние ферромагнитного материала зависит не только от внешнего поля в данный момент времени, но и от предистории (от траектории, по которой внешнее поле, которое в данном примере играет роль управления, пришло к текущему значению).

В данной работе предлагается компьютерное моделирование некоторых достаточно простых задач теории катастроф, допускающих практическое применение.

### **3. Цель работы**

Создать и исследовать компьютерную модель, адекватно описывающую скачкообразное изменение состояния системы, описываемой вектором управления небольшой размерности. Детально исследовать процесс катастрофы, сформулировать предположения о возможности предсказания катастрофы по результатам измерения некоторых характеристик объекта.

### **4. Компьютерное моделирование**

Выполнение дипломной работы предполагает компьютерное моделирование в значительном объеме с помощью языка программирования высокого уровня (например, C++), а также одного из математических инструментов, таких как MatLab, MathCad, Mathematica, Maple. Возможно также ограничиться только использованием математического инструмента.

### **5. Аналитическое моделирование**

Основные результаты в данной работе будут получены

МГУ им М.В.Ломоносова Физический факультет, каф. математики

**Быков А.А. Методы компьютерной математики**

**1. Курсовые работы** 1.3. Приложения теории катастроф  
~~аналитически, методом разложения решения в ряд~~  
по степеням малого параметра. Метод асимптотического разложения включает построение формальной асимптотики, обоснование формальной асимптотики с использованием оценок погрешности.

## **6. Используемый математический аппарат**

Основной метод, который мы используем для исследования задач теории катастроф, это компьютерное моделирование. Компьютерная модель основана на численных и символьных методах решения системы нелинейных уравнений. Для выполнения курсовой работы достаточно знать основные приемы работы с математическим инструментом. Можно использовать MatLab, Mathematica, MathCad, Maple.

## **7. Возможности дальнейшего развития работы**

Дипломная работа.