

6.4.2. Математический анализ, Вопросы для подготовки к экзамену 1 семестра 2014-2015 [4199]

Замечание. Вопросы, в формулировке которых присутствует термин "ряд", в январе 2014 года на экзамене присутствовать не будут.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t9-2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 101(d1.t9-2)

1. Сформулируйте определение сходящегося числового ряда.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ ".
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции на промежутке.
4. Найдите $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{x}} dx$.
5. Докажите, что произведение бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
6. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
7. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x \in [0; 2]$ верно неравенство $\left| e^x - \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \right| < \frac{10 \cdot 2^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 102(d2.t1)

1. Сформулируйте определение ограниченного сверху множества вещественных чисел.
2. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
3. Сформулируйте теорему о признаке Лейбница сходимости числового ряда.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = xe^{-x}$.
5. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши".
7. Докажите, что $\forall x$ числовой ряд $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ сходится и его сумма равна $\sin x$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 103(d3.t4)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow -\infty$.
2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \arctg x dx$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\sin x = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о производной обратной функции.
7. Докажите, что функция $f(x) = \sqrt[3]{x}$ равномерно непрерывна на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 104(d4.t6)

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
3. Что такое неопределенный интеграл?
4. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
5. При каких x ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
6. Докажите, что многочлен Тейлора $P_n(x)$ дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$ и все его производные до n -го порядка включительно в точке x_0 равны соответственно $f(x_0)$ и $f^{(k)}(x_0)$, $k = 1, 2, \dots, n$.
7. Докажите вторую теорему Вейерштрасса.
8. Докажите, что последовательность $x_n = \sqrt[n]{n} - 1$ является бесконечно малой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t1-v1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 111(d1.t1-v1)

1. Сформулируйте определение ограниченного множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение производной n -го порядка функции.
3. Сформулируйте теорему о признаке Коши сходимости числового ряда в "предельной форме".
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = x^2 \ln x$.
5. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Коши".
7. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t2-v2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 112(d1.t2-v2)

1. Сформулируйте определение сходящегося числового ряда.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $f(x) \rightarrow -\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.
5. Докажите, что произведение бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является ограниченной в некоторой окрестности точки $x = a$ функцией.
6. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
7. Пусть $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$ Найдите $f'(0)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t3-v3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 113(d1.t3-v3)

1. Сформулируйте определение функции, ограниченной на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение обратной функции.
3. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int e^x \sqrt{1+e^x} dx$.
5. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B \neq 0$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$.
6. Докажите теорему об обобщенной формуле конечных приращений (Коши).
7. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x \in [0; 2]$ верно неравенство $\left| e^x - \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \right| < \frac{10 \cdot 2^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t4-v4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 114(d1.t4-v4)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции в точке $x = a$.
2. Сформулируйте определение точки перегиба графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии убывания дифференцируемой функции на интервале.
4. Найдите $\int \frac{dx}{x(1+x^2)}$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 0$ верно утверждение $e^x = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о производной частного двух функций.
7. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x^{1-x}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет правую производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t5-v5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 115(d1.t5-v5)

1. Сформулируйте определение непрерывной на промежутке функции.
2. Сформулируйте определение производной функции $f(x)$ в точке $x = a$.
3. Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда.
4. Найдите $\int e^x \cos x dx$.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталя, что $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{x}{2} + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что возрастающая ограниченная последовательность имеет предел.
7. Пусть $f(x) = \begin{cases} x^3 \cos \frac{1}{x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$ Докажите, что $\exists f'(x)$ при $x \neq 0$, $\exists f'(0)$, $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t6-v6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 116(d1.t6-v6)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow b$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
4. При каких x ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите теорему о производной суммы двух функций.
6. Докажите теорему о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
7. Пусть $f(x) = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$ Найдите первообразную этой функции на всей числовой оси.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d1.t7-v7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 117(d1.t7-v7)

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте определение предельной точки последовательности, которое использует понятие окрестности.
3. Используя теорему о производной обратной функции и формулу $(e^x)' = e^x$, найдите производную функции $f(x) = \ln x$.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = xe^{-x}$.
5. Докажите теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
6. Докажите, что фундаментальная последовательность является ограниченной.
7. Пусть $f(x) = \arcsin x$. Найдите $f^{(n)}(0)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 121(d2.t1)

1. Сформулируйте определение ограниченного сверху множества вещественных чисел.
2. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
3. Сформулируйте теорему о признаке Лейбница сходимости числового ряда.
4. Найдите производную 7-го порядка функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
5. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Коши", то $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Гейне".
7. Докажите, что $\forall x \lim_{m \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^m (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 122(d2.t2)

1. Сформулируйте определение суммы числового ряда.
2. Сформулируйте определение вертикальной асимптоты графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в общей форме.
4. Найдите $\int \sin \ln x dx$.
5. Докажите, что сумма двух ограниченных на множестве X функций является ограниченной на множестве X функцией.
6. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
7. Докажите, что $\forall x \lim_{m \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^m (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 123(d2.t3)

1. Сформулируйте определение точной верхней грани функции $f(x)$ на множестве X .
2. Сформулируйте определение " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow a + 0$ ".
3. Сформулируйте необходимые условия существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) dx$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $-\ln(1 - x) = \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о правиле Лопиталья для вычисления $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$.
7. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $x \in [a, +\infty)$, $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, и $f(a) = b$. Докажите, что функция $f(x)$ достигает своей точной верхней грани на промежутке $x \in [a, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 124(d2.t4)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
2. Сформулируйте определение точки разрыва второго рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \ln x dx$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\cos x = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n})$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о производной сложной функции.
7. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $x \in [a; +\infty)$, $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $f(a) = b$, $\exists c \in (a; +\infty) : f(c) < b$. Докажите, что функция $f(x)$ достигает своей точной нижней грани на промежутке $x \in (a; +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 125(d2.t5)

1. Сформулируйте определение бесконечно малой функции при $x \rightarrow a$.
2. Сформулируйте определение равномерно непрерывной на промежутке X функции.
3. Сформулируйте интегральный признак сходимости числового ряда.
4. Найдите $\int x \ln \sqrt{1+x^2} dx$.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталья, (1) $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{x}{2} + o(x)$,
(2) $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} + o(x^2)$, $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что последовательность $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ сходится.
7. Найдите все предельные точки последовательности $x_n =$ дробная часть числа $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 126(d2.t6)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow a$ ".
2. Сформулируйте определение первообразной.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции.
4. При каких $p > 0$ ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
6. Докажите теорему о непрерывной функции, принимающей значения разных знаков на концах отрезка.
7. Не пользуясь правилом Лопиталья, докажите, что последовательность $x_n = \frac{\ln n}{n^\alpha}$ при $\alpha > 0$ является бесконечно малой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d2.t7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 127(d2.t7)

1. Сформулируйте определение предельной точки числового множества.
2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте первую теорему Вейерштрасса.
4. Найдите $\int \cos \ln x dx$.
5. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = A + B$.
6. Докажите теорему о признаке Даламбера сходимости числового ряда с положительными членами в "непредельной" форме.
7. Не пользуясь правилом Лопиталья, докажите, что последовательность $x_n = \frac{n^a}{b^n}$ при $b > 1$ является бесконечно малой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 131(d3.t1)

1. Сформулируйте определение ограниченного снизу множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение дифференцируемой n раз функции.
3. Сформулируйте теорему о признаке Абеля-Дирихле сходимости числового ряда.
4. Найдите $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{x}} dx$.
5. Докажите теорему Ферма (о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции).
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши".
7. Докажите, что функция $f(x) = \arctg \sqrt[3]{x}$ равномерно непрерывна на интервале $(0; +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 132(d3.t2)

1. Сформулируйте определение абсолютно сходящегося числового ряда.
2. Сформулируйте отрицание определения фундаментальной числовой последовательности.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите $\int e^x \sin 2x dx$.
5. Докажите, что произведение бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
6. Докажите, что если $f''(x) < 0$ на промежутке $x \in (a, b)$, то график функции $y = f(x)$ на этом промежутке направлен выпуклостью вверх.
7. Докажите, что $\forall b$ верно равенство $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n!} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 133(d3.t3)

1. Сформулируйте определение функции, неограниченной снизу на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте необходимые условия перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) dx$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\frac{1}{1-x} = 1 + \sum_{k=1}^n x^k + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ дважды дифференцируемы в точке x_0 , $f(x_0) = 0$, $g(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 0$, $g'(x_0) = 0$, $g''(x_0) \neq 0$, то $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f''(x_0)}{g''(x_0)}$.
7. Не пользуясь правилом Лопиталья, докажите, что последовательность $x_n = \frac{b^n}{n^a}$ при $b > 1$ является бесконечно большой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 134(d3.t4)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow -\infty$.
2. Сформулируйте определение наклонной асимптоты графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \arctg x dx$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\sin x = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о производной обратной функции.
7. Докажите, что функция $f(x) = \sqrt[3]{x}$ равномерно непрерывна на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 135(d3.t5)

1. Сформулируйте "по Коши" определение " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение непрерывной в точке функции.
3. Сформулируйте теорему о признаке сравнения для числовых рядов.
4. Найдите $\int e^{2x} \sqrt{1+e^x} dx$.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталя, что $\frac{1}{1+x} = 1 - x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о пределе при $x \rightarrow +\infty$ монотонной ограниченной функции.
7. Докажите, что $\forall b \in [-2; 2]$ верно равенство $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n \cdot n!}{n^n} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 136(d3.t6)

1. Сформулируйте определение бесконечно большой положительной последовательности.
2. Что такое неопределенный интеграл?
3. Сформулируйте теорему о формуле Коши.
4. При каких значениях параметра p ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{p^n}{n^2}$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
6. Докажите первую теорему Вейерштрасса.
7. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x \in [0; 3]$ верно неравенство $\left| e^{2x} - \sum_{k=0}^n \frac{2^k x^k}{k!} \right| < \frac{1000 \cdot 6^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d3.t7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 137(d3.t7)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow -\infty$ при $x \rightarrow a + 0$ ".
2. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
3. Сформулируйте вторую теорему Вейерштрасса.
4. Найдите все предельные точки последовательности $x_n = (-1)^n$.
5. Докажите, что сумма двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
6. Докажите, что из любой ограниченной числовой последовательности можно выбрать сходящуюся подпоследовательность.
7. Докажите, что функция $f(x) = \sqrt{x}$ равномерно непрерывна на промежутке $(0; +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 141(d4.t1)

1. Сформулируйте определение неограниченного множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
3. Сформулируйте теорему о перестановке членов условно сходящегося числового ряда.
4. Найдите $\int \frac{dx}{\cos x}$.
5. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = A - B$.
6. Докажите теорему о достаточных условиях экстремума дважды дифференцируемой функции.
7. Пусть $x_1 = 3$, $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{4}{x_n})$, $n \geq 1$. Докажите, что существует $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ и найдите этот предел.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 142(d4.t2)

1. Сформулируйте определение условно сходящегося числового ряда.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $f(x) \rightarrow b$ при $x \rightarrow -\infty$ ".
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии убывания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^x}} dx$.
5. Сформулируйте и докажите теорему о локальной ограниченности функции, имеющей предел в точке.
6. Докажите, что если $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow a$ "по Гейне", то $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow a$ "по Коши".
7. Докажите, что $\forall x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} = \ln(1+x)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 143(d4.t3)

1. Сформулируйте определение функции, неограниченной сверху на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение предела функции в точке "по Коши".
3. Сформулируйте теорему Кантора.
4. Найдите $\int \frac{dx}{\cos x}$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $e^{-x} = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^k}{k!} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. Докажите утверждение о достаточности условия Коши.
7. Докажите, что если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[0, +\infty)$ и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, то $f(x)$ равномерно непрерывна на указанном промежутке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 144(d4.t4)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow a$.
2. Сформулируйте определение точки локального экстремума функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии убывания дифференцируемой функции на промежутке.
4. Найдите $\int x \ln x dx$.
5. Используя равенство $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ и определение обратной функции, докажите, что $\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что ограниченная последовательность имеет верхний и нижний пределы.
7. Докажите, что $\forall x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k x^k = \frac{1}{1+x}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 145(d4.t5)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение бесконечно большой положительной функции $x \rightarrow a$.
2. Сформулируйте определение точки разрыва функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о признаке Даламбера сходимости числового ряда в "непредельной форме".
4. Найдите $\int \frac{x dx}{(1+x^2)^2}$.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталя, что $\sqrt{1-x} = 1 - \frac{x}{2} + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите неравенство Бернулли, $(1+x)^n \geq 1+nx$ при $x \geq -1$ и $n \geq 1$.
7. Докажите, что если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[0, +\infty)$ и имеет наклонную асимптоту, то $f(x)$ равномерно непрерывна на указанном промежутке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 146(d4.t6)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Что такое неопределенный интеграл?
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
4. При каких x ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} x^n$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите, что многочлен Тейлора $P_n(x)$ дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$ и все его производные до n -го порядка включительно в точке x_0 равны соответственно $f(x_0)$ и $f^{(k)}(x_0)$, $k = 1, 2, \dots, n$.
6. Докажите вторую теорему Вейерштрасса.
7. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = 1$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d4.t7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 147(d4.t7)

1. Сформулируйте определение бесконечно большой последовательности.
2. Сформулируйте определение точки разрыва второго рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши предела функции при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}}$.
5. Докажите, что произведение двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
6. Пусть $P_n(x)$ — многочлен Тейлора дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$. Докажите, что $f(x) = P_n(x) + o((x - x_0)^n)$.
7. Докажите, не пользуясь правилом Лопиталя, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 151(d5.t1)

1. Сформулируйте определение неограниченного снизу множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение дифференцируемой функции.
3. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.
4. Найдите производную 12-го порядка функции $f(x) = xe^{-x}$.
5. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = AB$.
6. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Докажите утверждение о необходимости условия Коши.
7. Докажите, что $\forall x \lim_{m \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^m \frac{x^n}{n!} = e^x$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 152(d5.t2)

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ ".
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии убывания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите производную 11-го порядка функции $f(x) = x \sin x$.
5. Докажите теорему об устойчивости знака непрерывной функции.
6. Докажите, что если $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ "по Коши", то $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ "по Гейне".
7. Докажите, что $\forall x \lim_{m \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^m (-1)^n \frac{x^n}{n!} = e^{-x}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 153(d5.t3)

1. Сформулируйте определение функции, неограниченной на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение предела функции в точке "по Гейне".
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow a$.
4. Найдите $\int \frac{dx}{\sin x}$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\ln(1+x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о необходимых условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
7. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x^{x+1}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет правую производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 154(d5.t4)

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow a$ ".
2. Сформулируйте определение точки локального максимума функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
4. Найдите $\int e^x \sin x dx$.
5. Используя равенства $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$, $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ и $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, докажите, что $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
7. Докажите, что $\forall n > 0, \forall x \in [0; \frac{1}{2}]$ верно неравенство $\left| \ln(1+x) - \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} \right| < \frac{1}{(n+1)2^{n+1}}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 155(d5.t5)

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow -\infty$ ".
2. Сформулируйте определение функции, убывающей в точке.
3. Используя теорему о производной обратной функции, найдите производную функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$.
4. Найдите $\int e^{2x} \sqrt{1 - e^x} dx$.
5. Докажите теорему о формуле Лагранжа (конечных приращений).
6. Докажите теорему о признаке Коши сходимости числового ряда с положительными членами в "непредельной" форме.
7. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x(1+x)^{\frac{1}{x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 156(d5.t6)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение предела функции в точке.
2. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
3. Сформулируйте теорему о формуле Лагранжа.
4. При каких x ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot n^x$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталья, что $\frac{1}{1-x} = 1 + x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что если число b является предельной точкой последовательности по определению, использующему понятие окрестности, то то же число является предельной точкой последовательности по определению, использующему понятие подпоследовательности.
7. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x > 0$ верно неравенство $\left| e^{-x} - \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^k}{k!} \right| < \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d5.t7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 157(d5.t7)

1. Сформулируйте определение точной верхней грани числового множества.
2. Сформулируйте определение производной функции в точке.
3. Сформулируйте теорему о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
4. Найдите $\int e^x \sqrt{1 - e^x} dx$.
5. Докажите теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции в точке.
6. Докажите, что фундаментальная последовательность является сходящейся.
7. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln|x|}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d6.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 161(d6.t1)

1. Сформулируйте определение неограниченного сверху множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение производной функции в точке.
3. Сформулируйте теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(6-x)}$.
5. Докажите теорему о необходимом условии сходимости числового ряда.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне".
7. Докажите, что если функция $f(x)$ дифференцируема на некотором интервале $x \in (-a, a)$, и $\forall x, y \in (-a, a)$ таких, что $x + y \in (-a, a)$ верно равенство $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$, то найдется такое число C , что $C \cdot f'(x) = 1 + (f(x))^2$ на указанном промежутке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d6.t2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 162(d6.t2)

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ".
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите производную 11-го порядка функции $f(x) = xe^x$.
5. Докажите, что сумма бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является ограниченной в некоторой окрестности точки $x = a$ функцией.
6. Докажите, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы в точке x_0 , $f(x_0) = 0$, $g(x_0) = 0$, $g'(x_0) \neq 0$, то $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) < 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ имеет строгий локальный максимум.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d6.t3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 163(d6.t3)

1. Сформулируйте определение функции, ограниченной снизу на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка функции.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши для последовательностей.
4. Найдите $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
5. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\frac{1}{1+x} = 1 + \sum_{k=1}^n (-1)^k x^k + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что если $f''(x) > 0$ на промежутке $x \in (a, b)$, то график функции $y = f(x)$ на этом промежутке направлен выпуклостью вниз.
7. Докажите, что если функция $f(x)$ дифференцируема на промежутке $x \in (0; +\infty)$ и $\forall x > 0, y > 0$ верно равенство $f(xy) = f(x) + f(y)$, то найдется такое число C , что $f'(x) = \frac{C}{x}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562g-d6.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 164(d6.t4)

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int \arcsin x dx$.
5. Используя равенство $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$ и определение обратной функции, докажите, что $\arcsin x = x + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
7. Докажите, что если $f''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) = 0$, $f^{(5)}(x_0) \neq 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ не имеет локального экстремума.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562g-d6.t5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 165(d6.t5)

1. Сформулируйте определение бесконечно малой функции при $x \rightarrow +\infty$.
2. Сформулируйте определение функции, возрастающей в точке.
3. Используя теорему о производной обратной функции, найдите производную функции $f(x) = \arcsin x$.
4. При каких x ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^n$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталья, что $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему о признаке Даламбера сходимости числового ряда с положительными членами в "предельной" форме.
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562g-d6.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 166(d6.t6)

1. Сформулируйте определение верхнего предела числовой последовательности.
2. Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка функции.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума дважды дифференцируемой функции.
4. При каких p ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ сходится (1) абсолютно, (2) условно.
5. Докажите теорему Роля.
6. Докажите, что если число b является предельной точкой последовательности по определению, использующему понятие подпоследовательности, то то же число является предельной точкой последовательности по определению, использующему понятие окрестности.
7. Докажите, что если функция $f(x)$ дифференцируема на всей числовой оси и $\forall x, y$ верно равенство $f(x+y) = f(x)f(y)$, то найдется такое число C , что $f'(x) = Cf(x)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d6.t7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 167(d6.t7)

1. Сформулируйте определение производной n -го порядка функции.
2. Сформулируйте определение предельной точки последовательности, которое использует понятие окрестности.
3. Используя теорему о производной обратной функции и формулу $(e^x)' = e^x$, найдите производную функции $f(x) = \ln x$.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = xe^{-x}$.
5. Докажите теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
6. Докажите, что фундаментальная последовательность является ограниченной.
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ не имеет локального экстремума.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d6.t8
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 168(d6.t8)

1. Сформулируйте определение неограниченной числовой последовательности.
2. Сформулируйте определение наклонной асимптоты графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о свойстве непрерывной функции, принимающей значения противоположных знаков на концах сегмента $[a, b]$.
4. Найдите все предельные точки последовательности $1; \frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \dots$
5. Докажите теорему о достаточном условии убывания дифференцируемой функции в точке.
6. Докажите, что сходящаяся последовательность является фундаментальной.
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t1
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 171(d7.t1)

1. Сформулируйте определение положительного вещественного числа.
2. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$.
3. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$.
5. Сформулируйте и докажите теорему о локальной ограниченности функции, имеющей предел в точке.
6. Докажите теорему о непрерывной функции, принимающей значения разных знаков на концах отрезка.
7. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a; b)$ и $\forall x_1 \in (a; b), \forall x_2 \in (a; b) : x_1 < x_2$ график функции $y = f(x)$ на интервале $(x_1; x_2)$ лежит ниже отрезка, соединяющего точки $(x_1; f(x_1))$ и $(x_2; f(x_2))$. Докажите, что график функции $y = f(x)$ лежит выше любой касательной к этому графику, за исключением точки касания.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t2
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 172(d7.t2)

1. Сформулируйте определение равных положительных вещественных чисел.
2. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x))$.
3. Сформулируйте теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = e^{-x^2}$.
5. Используя равенства $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$, $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ и $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, докажите, что $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите теорему Кантора.
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t3
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 173(d7.t3)

1. Сформулируйте правило сравнения положительных вещественных чисел.
2. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +0} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +0} (f(x) \cdot g(x))$.
3. Сформулируйте теорему об устойчивости знака функции, непрерывной в данной точке.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(6-x)}$.
5. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.
6. Докажите теорему Больцано-Вейерштрасса.
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) = 0$, $f^{(5)}(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t4
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 174(d7.t4)

1. Сформулируйте определение суммы двух положительных вещественных чисел.
2. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.
3. Сформулируйте теорему о локальной ограниченности функции, непрерывной в данной точке.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = x \operatorname{arctg} x$.
5. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
6. Докажите, что последовательность $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ монотонна.
7. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x \in [0; 3]$ верно неравенство $\left| \sin x - \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right| < \frac{3^{2n+2}}{(2n+2)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t5
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 175(d7.t5)

1. Сформулируйте определение произведения двух положительных вещественных чисел.
2. Приведите пример: $\exists \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ и $\exists \lim_{x \rightarrow +0} g(x)$, но $\nexists \lim_{x \rightarrow +0} \frac{f(x)}{g(x)}$.
3. Сформулируйте теорему об устойчивости знака функции, непрерывной в данной точке.
4. Найдите $\int \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) dx$.
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталья, что $\frac{1}{1-x^2} = 1 + x^2 + x^4 + o(x^4)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши".
7. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) < 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ не имеет локального экстремума.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t6
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 176(d7.t6)

1. Сформулируйте определение разности двух положительных вещественных чисел.
2. Приведите пример: $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x))$.
3. Сформулируйте теорему о свойстве непрерывной функции, принимающей значения противоположных знаков на концах сегмента $[a, b]$.
4. Найдите $\int \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) dx$.
5. Докажите, что сумма бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является ограниченной в некоторой окрестности точки $x = a$ функцией.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне".
7. Докажите, что если $f'(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562g-d7.t7
сентябрь-декабрь 2014 Т562g, Т562g-Набор вопросов 177(d7.t7)

1. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
2. Приведите (с обоснованием) пример иррационального вещественного числа.
3. Сформулируйте теорему о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
4. Найдите $\int \sin \ln x dx$.
5. Докажите, что произведение двух ограниченных на множестве X функций является ограниченной на множестве X функцией.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Коши".
7. Докажите, что если $f''(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t101b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 201(t101b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow -\infty$.
2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \operatorname{arctg} x dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = e^x$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 4$.
6. Докажите теорему об устойчивости знака непрерывной функции.
7. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t102b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 202(t102b)

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ ".
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции на промежутке.
4. Найдите $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{x}} dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = e^{-x}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 4$.
6. Докажите теорему о единственности предела функции в точке.
7. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x))$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t103b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 203(t103b)

1. Сформулируйте определение ограниченного сверху множества вещественных чисел.
2. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
4. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = xe^{-x}$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \cos x$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 6$.
6. Докажите, что произведение двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
7. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +0} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +0} (f(x) \cdot g(x))$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t104b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 204(t104b)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow a$ ".
2. Сформулируйте определение первообразной.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции.
4. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{x^2}$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Докажите, что сумма двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
7. Может ли неограниченная последовательность быть сходящейся?

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t105b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 205(t105b)

1. Сформулируйте определение функции, ограниченной на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
3. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int e^x \sqrt{1+e^x} dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = e^{-x}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 4$.
6. Докажите теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции в точке.
7. Приведите пример: $\exists \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ и $\exists \lim_{x \rightarrow +0} g(x)$, но $\nexists \lim_{x \rightarrow +0} \frac{f(x)}{g(x)}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t106b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 206(t106b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции в точке $x = a$.
2. Сформулируйте определение точки перегиба графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии убывания дифференцируемой функции на интервале.
4. Найдите $\int \frac{dx}{x(1+x^2)}$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = e^{2x}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 4$.
6. Докажите, что произведение двух ограниченных на множестве X функций является ограниченной на множестве X функцией.
7. Приведите пример: $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x))$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t107b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 207(t107b)

1. Сформулируйте определение непрерывной на промежутке функции.
2. Сформулируйте определение производной функции $f(x)$ в точке $x = a$.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии убывания дифференцируемой функции на промежутке.
4. Найдите $\int e^x \cos x dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \frac{1}{1+x}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 5$.
6. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$. Докажите достаточность.
7. Верно ли утверждение: "Если $\exists \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, то $\nexists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$."

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t108b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 208(t108b)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow b$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
4. Найдите $\lim_{x \rightarrow b} \frac{b^x - x^b}{(x-b)^2}$ при $b = e$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \sin x$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 5$.
6. Докажите теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
7. Верно ли утверждение: "Если $\nexists \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, то $\nexists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$."

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t109b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 209(t109b)

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Сформулируйте определение предельной точки последовательности, которое использует понятие окрестности.
3. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
4. Найдите $\lim_{x \rightarrow b} \frac{b^x - x^b}{x-b}$ при $b = 3$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Докажите теорему о формуле Лагранжа (конечных приращений).
7. Верно ли утверждение: "Если $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, то $\nexists \lim_{x \rightarrow a} g(x)$."

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t110b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 210(t110b)

1. Сформулируйте определение точной верхней грани функции $f(x)$ на множестве X .
2. Сформулируйте определение " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow a + 0$ ".
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума дважды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int x \ln x dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \frac{1}{1-x}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 5$.
6. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
7. Верно ли утверждение: "Если $\exists \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$, то $\nexists \lim_{x \rightarrow a} g(x)$."

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t111b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 211(t111b)

1. Сформулируйте определение вертикальной асимптоты графика функции $y = f(x)$.
2. Сформулируйте определение предела последовательности.
3. Сформулируйте теорему Ферма.
4. Найдите $\int \frac{dx}{x^2(x^2+1)}$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = A + B$.
7. Верно ли утверждение: "Если $\exists \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, то $\nexists \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$?"

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t112b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 212(t112b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
2. Сформулируйте определение точки разрыва второго рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \ln x dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \ln(1-x)$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 5$.
6. Докажите, что произведение двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.
7. Верно ли утверждение: "Если $\nexists \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, то $\nexists \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$?"

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t113b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 213(t113b)

1. Сформулируйте определение бесконечно малой функции при $x \rightarrow a$.
2. Сформулируйте определение равномерно непрерывной на промежутке X функции.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
4. Найдите $\int x \ln \sqrt{1+x^2} dx$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = e^x$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 4$.
6. Докажите теорему о единственности предела функции в точке.
7. Приведите пример: $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, но $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562d-t114b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 214(t114b)

1. Сформулируйте определение предельной точки числового множества.
2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте первую теорему Вейерштрасса.
4. Найдите $\int \frac{dx}{x^2(x^2-1)}$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \ln(1+x)$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 5$.
6. Докажите теорему Ферма (о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции).
7. Приведите пример ограниченной последовательности, не имеющей предела.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562d-t115b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 215(t115b)

1. Сформулируйте определение ограниченного сверху множества вещественных чисел.
2. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow a$.
4. Найдите производную 7-го порядка функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
5. Найдите $\int x \operatorname{arctg} x dx$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то $f(x) - f(x_0) = (x - x_0)(f'(x_0) + \alpha(x))$, причем $\alpha(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow x_0$.
7. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = A - B$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562d-t116b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 216(t116b)

1. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $f(x) \rightarrow -\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.
5. Найдите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}}{x-1}$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то $f(x) = f(x_0) + f'(x) \cdot (x - x_0) + o(x - x_0)$ при $x \rightarrow x_0$.
7. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = AB$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562d-t117b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 217(t117b)

1. Что такое верхняя сумма (Дарбу) для определенного интеграла?
2. Сформулируйте определение дифференцируемой n раз функции.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши предела функции при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{x}} dx$.
5. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin 5x - 5 \sin 7x}{x^3}$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то $f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + o(x - x_0)$ при $x \rightarrow x_0$.
7. Докажите теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции в точке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562d-t118b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 218(t118b)

1. Что такое нижняя сумма (Дарбу) для определенного интеграла?
2. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите $\int e^x \sin 2x dx$.
5. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+3x} - \sqrt[3]{1+5x}}{x}$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то $f(x) - f(x_0) -$ бесконечно малая функция при $x \rightarrow x_0$.
7. Докажите, что произведение бесконечно малой при $x \rightarrow +\infty$ функции $f(x)$ и ограниченной на всей числовой оси функции $g(x)$ является бесконечно малой при $x \rightarrow +\infty$ функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1S1M1-4, Т562d-t119b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 219(t119b)

1. Сформулируйте определение функции, неограниченной снизу на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение точки разрыва первого рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте необходимые условия перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
4. Найдите $\int \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) dx$.
5. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[12]{1+4x} - \sqrt[15]{1+3x}}{x}$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то график функции $y = f(x)$ имеет касательную в точке $(x_0, f(x_0))$.
7. Докажите, что последовательность не может иметь двух различных пределов.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t120b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 220(t120b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow -\infty$.
2. Сформулируйте определение наклонной асимптоты графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
4. Найдите производную 11-го порядка функции $f(x) = x \sin x$.
5. Найдите $\int \operatorname{arctg} x dx$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то $\exists A : f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + o(x - x_0)$ при $x \rightarrow x_0$.
7. Докажите теорему о производной суммы двух функций.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t121b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 221(t121b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение непрерывной в точке функции.
3. Сформулируйте теорему о классах интегрируемых по Риману функций.
4. Найдите производную 10-го порядка функции $f(x) = x \sin x$.
5. Найдите $\int e^{2x} \sqrt{1 + e^x} dx$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = x_0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ ограничена.
7. Докажите теорему о достаточных условиях экстремума дважды дифференцируемой функции.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t122b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 222(t122b)

1. Сформулируйте определение бесконечно большой положительной последовательности.
2. Что такое неопределенный интеграл?
3. Сформулируйте теорему о формуле Коши.
4. Найдите производную 8-го порядка функции $f(x) = x \ln x$.
5. Используя правило Лопиталя, найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+15x} - \sqrt[3]{1+15x}}{x}$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = x_0$, то график функции $f(x)$ имеет касательную в точке $(x_0, f(x_0))$.
7. Докажите теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t123b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 223(t123b)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow -\infty$ при $x \rightarrow a + 0$ ".
2. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
3. Сформулируйте вторую теорему Вейерштрасса.
4. Найдите $\int \cos \ln x dx$.
5. Найдите производную функции $f(x) = \arctg \sqrt{x-1}$.
6. Верно ли, что если функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = x_0$, то $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x : |x - x_0| < \delta$ верно неравенство $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$.
7. Докажите, что произведение бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t124b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 224(t124b)

1. Сформулируйте определение ограниченного множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение производной n -го порядка функции.
3. Сформулируйте теорему о формуле среднего значения для определенного интеграла.
4. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow +0} (x \ln x)$.
5. Запишите формулу Тейлора–Пеано для $f(x) = \sin x$, с центром в точке $x_0 = 0$, $n = 5$.
6. Верно ли утверждение: Если $\exists f'(x)$ и $\exists g'(x)$, то $\exists (f(x) + g(x))'$.
7. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$. Докажите необходимость.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t125b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 225(t125b)

1. Сформулируйте определение функции, неограниченной сверху на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение предела функции в точке "по Коши".
3. Сформулируйте теорему Кантора.
4. Найдите $\int \frac{dx}{\cos x}$.
5. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow +0} (\sqrt[3]{x} \ln x)$.
6. Верно ли утверждение: Если $\exists f'(x)$ и $\exists g'(x)$, то $\exists (f(x) + g(x))'$.
7. Докажите теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции в точке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t126b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 226(t126b)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение бесконечно большой положительной функции $x \rightarrow a$.
2. Сформулируйте определение точки разрыва функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о формуле Ньютона-Лейбница.
4. Найдите $\int \frac{x dx}{(1+x^2)^2}$.
5. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\ln x}}{\sqrt{x}}$.
6. Является ли верным утверждение: Если дифференцируемая функция $f(x)$ возрастает в точке $x = a$, то $f'(a) > 0$.
7. Докажите теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t127b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 227(t127b)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение: " $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Что такое неопределенный интеграл?
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
4. Найдите производную функции $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x}$.
5. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln x}{x}$.
6. Является ли верным утверждение: Если дифференцируемая функция $f(x)$ возрастает на интервале (a, b) , то $f'(x) > 0$ на (a, b) .
7. Докажите теорему о производной суммы двух функций.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t128b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 228(t128b)

1. Сформулируйте определение бесконечно большой последовательности.
2. Сформулируйте определение точки разрыва второго рода функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши предела функции при $x \rightarrow +\infty$.
4. Найдите $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}}$.
5. Используя правило Лопиталья, найдите $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \sqrt{x}}{x}$.
6. Верно ли утверждение: Если $\exists (f(x) + g(x))'$ и $\nexists g'(x)$, то $\nexists f'(x)$.
7. Докажите, что сумма двух ограниченных на множестве X функций является ограниченной на множестве X функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t129b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 229(t129b)

1. Сформулируйте определение неограниченного снизу множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение дифференцируемой функции.
3. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.
4. Найдите производную 12-го порядка функции $f(x) = xe^{-x}$.
5. Найдите наклонную асимптоту графика функции $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 6x^2}$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^{-\gamma} = o(x^{-3})$ при $x \rightarrow +\infty$.
7. Докажите, что произведение двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t130b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 230(t130b)

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ".
3. Сформулируйте теорему о необходимом условии убывания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите производную 11-го порядка функции $f(x) = x \sin x$.
5. Найдите наклонные асимптоты графика функции $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^{-\gamma} = o(x^{-2})$ при $x \rightarrow +\infty$.
7. Докажите теорему Ферма (о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции).

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, T562d-t131b
сентябрь-декабрь 2014 T562d, T562d-Набор вопросов 231(t131b)

1. Сформулируйте определение функции, неограниченной на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение предела функции в точке "по Гейне".
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow a$.
4. Найдите $\int \frac{dx}{\sin x}$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \ln(1+x)$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^{-3} = o(x^{-\gamma})$ при $x \rightarrow +\infty$.
7. Докажите теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции в точке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t132b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 232(t132b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow a$ ".
2. Сформулируйте определение точки локального максимума функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.
4. Найдите $\int e^x \sin x dx$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$, $n = 3$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^{-2} = o(x^{-\gamma})$ при $x \rightarrow +\infty$.
7. Докажите, что сумма двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t133b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 233(t133b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow -\infty$ ".
2. Сформулируйте определение функции, убывающей в точке.
3. Используя теорему о производной обратной функции, найдите производную функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$.
4. Найдите $\int e^{2x} \sqrt{1 - e^x} dx$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = e^{-x}$, $x_0 = 0$, $n = 1$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^{-\gamma} = o(x^{-3})$ при $x \rightarrow +\infty$.
7. Докажите теорему об устойчивости знака непрерывной функции.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t134b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 234(t134b)

1. Сформулируйте "по Гейне" определение предела функции в точке.
2. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
3. Сформулируйте теорему о формуле Лагранжа.
4. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \sin x$, $x_0 = 0$, $n = 3$.
5. Найдите наклонную асимптоту графика функции $f(x) = x^2 \ln(1 + \frac{1}{x})$.
6. Укажите все значения параметра γ , при которых $x^{-5} = o(x^{-\gamma})$ при $x \rightarrow +\infty$.
7. Докажите теорему о необходимом условии возрастания дифференцируемой функции на интервале.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t135b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 235(t135b)

1. Сформулируйте определение точной верхней грани числового множества.
2. Сформулируйте определение производной функции в точке.
3. Сформулируйте теорему о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
4. Найдите $\int e^x \sqrt{1 - e^x} dx$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \cos x$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^5 + x^\gamma = o(x^2)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите теорему о производной произведения двух функций.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t136b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 236(t136b)

1. Сформулируйте определение неограниченного сверху множества вещественных чисел.
2. Сформулируйте определение производной функции в точке.
3. Сформулируйте теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
4. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \frac{1}{1+x}$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
5. Найдите наклонную асимптоту графика функции $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 6x^2}$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^4 + x^\gamma = o(x^3)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите теорему о единственности предела функции в точке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t137b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 237(t137b)

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ".
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии возрастания дифференцируемой функции в точке.
4. Найдите производную 11-го порядка функции $f(x) = xe^x$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^3 + x^\gamma = o(x^2)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$. Докажите достаточность.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t138b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 238(t138b)

1. Сформулируйте определение функции, ограниченной снизу на заданном множестве.
2. Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка функции.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши для последовательностей.
4. Сформулируйте теорему о классах интегрируемых по Риману функций.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \ln(1 - x)$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^5 + x^\gamma = o(x^4)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите теорему о формуле Лагранжа (конечных приращений).

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t139b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 239(t139b)

1. Сформулируйте "по Коши" определение: "Функция $f(x)$ имеет предел при $x \rightarrow +\infty$ ".
2. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва функции $f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
4. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \arctg x$, $x_0 = 0$, $n = 1$.
5. Найдите $\int \arcsin x dx$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^3 + x^\gamma = o(x)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите, что произведение двух ограниченных на множестве X функций является ограниченной на множестве X функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t140b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 240(t140b)

1. Сформулируйте определение бесконечно малой функции при $x \rightarrow +\infty$.
2. Сформулируйте определение интегральной суммы для определенного интеграла Римана.
3. Сформулируйте теорему о критерии Коши для последовательностей.
4. Используя теорему о производной обратной функции, найдите производную функции $f(x) = \arcsin x$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = x^5$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^3 = o(x^\gamma)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях существования наклонной асимптоты графика функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$. Докажите достаточность.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t141b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 241(t141b)

1. Сформулируйте определение верхнего предела числовой последовательности.
2. Сформулируйте определение верхней суммы (Дарбу) для определенного интеграла.
3. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума дважды дифференцируемой функции.
4. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \sqrt{x+1}$, $x_0 = 0$, $n = 2$.
5. Пусть $\alpha > \beta > 0$. Укажите все значения $\gamma > 0$, при которых $x^{-\alpha} + x^{-\beta} = o(x^{-\gamma})$ при $x \rightarrow +\infty$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^\gamma = o(x^2)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите, что произведение двух бесконечно малых при $x \rightarrow a$ функций является бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функцией.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t142b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 242(t142b)

1. Сформулируйте определение производной n -го порядка функции.
2. Сформулируйте определение предельной точки последовательности, которое использует понятие окрестности.
3. Сформулируйте первую теорему Вейерштрасса.
4. Найдите $\int \cos \ln x \, dx$.
5. Найдите наклонную асимптоту графика функции $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^2 = o(x^\gamma)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите теорему о производной произведения двух функций.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562d-t143b
сентябрь-декабрь 2014 Т562d, Т562d-Набор вопросов 243(t143b)

1. Что такое нижняя сумма (Дарбу) для определенного интеграла?
2. Сформулируйте определение наклонной асимптоты графика функции $y = f(x)$.
3. Сформулируйте теорему о свойстве непрерывной функции, принимающей значения противоположных знаков на концах сегмента $[a, b]$.
4. Найдите наклонную асимптоту графика функции $f(x) = x^2 \ln(1 - \frac{1}{x})$.
5. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $f(x) = \sqrt{1-x}$, $x_0 = 0$, $n = 1$.
6. Укажите все значения γ , при которых $x^\gamma = o(x)$ при $x \rightarrow +0$.
7. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, и обе функции определены на соответствующих множествах, то $\exists \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = A + B$.

6.2.3. Математический анализ, Вопросы для подготовки к экзамену 1 семестра 2014-2015 [4199]

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t201b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 301(t201b)

1. Докажите теорему о производной обратной функции.
2. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\sin x = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t202b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 302(t202b)

1. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.
2. Докажите, что функция $f(x) = \sqrt[3]{x}$ равномерно непрерывна на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t203b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 303(t203b)

1. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
2. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x \in [0; 2]$ верно неравенство $\left| e^x - \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \right| < \frac{10 \cdot 2^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t204b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 304(t204b)

1. Докажите, что многочлен Тейлора $P_n(x)$ дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$ и все его производные до n -го порядка включительно в точке x_0 равны соответственно $f(x_0)$ и $f^{(k)}(x_0)$, $k = 1, 2, \dots, n$.
2. Докажите, что последовательность $x_n = \sqrt[n]{n} - 1$ является бесконечно малой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t205b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 305(t205b)

1. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши".
2. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x^{1-x}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет правую производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t206b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 306(t206b)

1. Докажите вторую теорему Вейерштрасса.
2. Пусть $f(x) = \begin{cases} x^3 \cos \frac{1}{x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$ Докажите, что $\exists f'(x)$ при $x \neq 0$, $\exists f'(0)$, $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t207b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 307(t207b)

1. Докажите теорему о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.

2. Пусть $f(x) = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$ Найдите первообразную этой функции на всей числовой оси.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t208b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 308(t208b)

1. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.

2. Пусть $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$ Найдите $f'(0)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t209b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 309(t209b)

1. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.

2. Докажите, что $\forall n \geq 0$ верно утверждение $e^x = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t210b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 310(t210b)

1. Докажите, что возрастающая ограниченная последовательность имеет предел.

2. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора и правилом Лопиталья, что $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t211b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 311(t211b)

1. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

2. Найдите все предельные точки последовательности $x_n =$ дробная часть числа $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t212b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 312(t212b)

1. Докажите теорему о формуле Ньютона-Лейбница для определенного интеграла.

2. Пусть $f(x) = \arcsin x$. Найдите $f^{(n)}(0)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t213b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 313(t213b)

1. Докажите теорему о правиле Лопиталья для вычисления $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$.

2. Не пользуясь правилом Лопиталья, докажите, что последовательность $x_n = \frac{n^a}{b^n}$ при $b > 1$ является бесконечно малой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t214b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 314(t214b)

1. Докажите теорему о производной сложной функции.
2. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\cos x = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n})$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t215b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 315(t215b)

1. Докажите теорему о правиле Лопиталья для вычисления $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$.
2. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $x \in [a, +\infty)$, $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, и $f(a) = b$. Докажите, что функция $f(x)$ достигает своей точной верхней грани на промежутке $x \in [a, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t216b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 316(t216b)

1. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
2. Докажите, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ дважды дифференцируемы в точке x_0 , $f(x_0) = 0$, $g(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 0$, $g'(x_0) = 0$, $g''(x_0) \neq 0$, то $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f''(x_0)}{g''(x_0)}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t217b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 317(t217b)

1. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Коши".
2. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t218b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 318(t218b)

1. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Коши", то $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ "по Гейне".
2. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $x \in [a; +\infty)$, $\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $f(a) = b$, $\exists c \in (a; +\infty) : f(c) < b$. Докажите, что функция $f(x)$ достигает своей точной нижней грани на промежутке $x \in (a; +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t219b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 319(t219b)

1. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Докажите утверждение о необходимости условия Коши.
2. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $-\ln(1-x) = \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t220b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 320(t220b)

1. Докажите теорему об обобщенной формуле конечных приращений (Коши).
2. Не пользуясь правилом Лопиталья, докажите, что последовательность $x_n = \frac{b^n}{n^a}$ при $b > 1$ является бесконечно большой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t31b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 321(t31b)

1. Докажите, что произведение бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является ограниченной в некоторой окрестности точки $x = a$ функцией.

2. Докажите, что $\forall x$ верно равенство $\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t32b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 322(t32b)

1. Докажите теорему Ферма (о необходимом условии экстремума дифференцируемой функции).

2. Докажите, что функция $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}$ равномерно непрерывна на интервале $(0; +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t33b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 323(t33b)

1. Докажите, что если $f''(x) < 0$ на промежутке $x \in (a, b)$, то график функции $y = f(x)$ на этом промежутке направлен выпуклостью вверх.

2. Докажите, что $\forall b$ верно равенство $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n!} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t34b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 324(t34b)

1. Докажите теорему о производной обратной функции.

2. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\sin x = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t35b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 325(t35b)

1. Докажите теорему о пределе при $x \rightarrow +\infty$ монотонной ограниченной функции.

2. Докажите, что $\forall b \in [-2; 2]$ верно равенство $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n \cdot n!}{n^n} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t36b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 326(t36b)

1. Докажите первую теорему Вейерштрасса.

2. Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x \in [0; 3]$ верно неравенство $\left| e^{2x} - \sum_{k=0}^n \frac{2^k x^k}{k!} \right| < \frac{1000 \cdot 6^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t37b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 327(t37b)

1. Докажите, что из любой ограниченной числовой последовательности можно выбрать сходящуюся подпоследовательность.

2. Докажите, что функция $f(x) = \sqrt{x}$ равномерно непрерывна на промежутке $(0; +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t38b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 328(t38b)

1. Докажите теорему о достаточных условиях экстремума дважды дифференцируемой функции.
2. Пусть $x_1 = 3$, $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{4}{x_n})$, $n \geq 1$. Докажите, что существует $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ и найдите этот предел.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t39b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 329(t39b)

1. Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
2. Докажите, что функция $f(x) = \sqrt[3]{x}$ равномерно непрерывна на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t40b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 330(t40b)

1. Докажите теорему о непрерывной функции, принимающей значения разных знаков на концах отрезка.
2. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\frac{1}{1-x} = 1 + \sum_{k=1}^n x^k + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t41b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 331(t41b)

1. Докажите, что последовательность $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ сходится.
2. Докажите, что функция $f(x) = \ln x$ не является равномерно непрерывной на промежутке $(0, +\infty)$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t42b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 332(t42b)

1. Докажите теорему об интегрируемости непрерывной на сегменте функции.
2. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t43b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 333(t43b)

1. Докажите теорему об интегрируемости монотонной на сегменте функции.
2. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ не имеет локального экстремума.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t44b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 334(t44b)

1. Докажите теорему о формуле среднего значения для определенного интеграла.
2. Докажите, что если $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) \neq 0$, то найдется такая окрестность точки x_0 , в которой уравнение $f(x) = f(x_0)$ имеет единственное решение $x = x_0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t45b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 335(t45b)

- Докажите теорему о формуле Ньютона-Лейбница для определенного интеграла.
- Докажите, что $\forall n > 0, \forall x \in [0; \frac{1}{2}]$ верно неравенство $\left| \ln(1+x) - \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} \right| < \frac{1}{(n+1)2^{n+1}}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t46b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 336(t46b)

- Докажите теорему о формуле замены переменной для определенного интеграла.
- Докажите, что если $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 0, f'''(x_0) = 0, f^{(4)}(x_0) < 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ имеет строгий локальный максимум.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t47b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 337(t47b)

- Докажите, что фундаментальная последовательность является ограниченной.
- Докажите, что $\forall n \geq 0, \forall x > 0$ верно неравенство $\left| e^{-x} - \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^k}{k!} \right| < \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t48b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 338(t48b)

- Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши".
- Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln|x|}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t49b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 339(t49b)

- Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне".
- Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x^{x+1}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет правую производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t50b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 340(t50b)

- Докажите теорему о достаточных условиях перегиба графика трижды дифференцируемой функции.
- Докажите, что если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[0, +\infty)$ и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, то $f(x)$ равномерно непрерывна на указанном промежутке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
 Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t51b
 сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 341(t51b)

- Докажите теорему о правиле Лопиталья для вычисления $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$.
- Докажите, что ограниченная последовательность имеет верхний и нижний пределы.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t52b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 342(t52b)

1. Докажите неравенство Бернулли, $(1+x)^n \geq 1+nx$ при $x \geq -1$ и $n \geq 1$.
2. Докажите, что если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[0, +\infty)$ и имеет наклонную асимптоту, то $f(x)$ равномерно непрерывна на указанном промежутке.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t53b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 343(t53b)

1. Докажите, что многочлен Тейлора $P_n(x)$ дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$ и все его производные до n -го порядка включительно в точке x_0 равны соответственно $f(x_0)$ и $f^{(k)}(x_0)$, $k = 1, 2, \dots, n$.
2. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = 1$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t54b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 344(t54b)

1. Докажите теорему о производной суммы двух функций.
2. Не пользуясь правилом Лопиталя, докажите, что последовательность $x_n = \frac{\ln n}{n^\alpha}$ при $\alpha > 0$ является бесконечно малой.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t55b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 345(t55b)

1. Пусть $P_n(x)$ — многочлен Тейлора дифференцируемой n раз в точке x_0 функции $f(x)$. Докажите, что $f(x) = P_n(x) + o((x-x_0)^n)$.
2. Докажите, не пользуясь правилом Лопиталя, что $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n} = 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t56b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 346(t56b)

1. Докажите, что сумма бесконечно малой при $x \rightarrow a$ функции и ограниченной в окрестности точки $x = a$ функции является ограниченной в некоторой окрестности точки $x = a$ функцией.
2. Докажите, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы в точке x_0 , $f(x_0) = 0$, $g(x_0) = 0$, $g'(x_0) \neq 0$, то $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t57b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 347(t57b)

1. Сформулируйте теорему о критерии Коши существования предела $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Докажите утверждение о необходимости условия Коши.
2. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x(1+x)^{\frac{1}{x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$ имеет производную в точке $x = 0$ и найдите ее значение.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t58b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 348(t58b)

1. Докажите, что если $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ "по Коши", то $f(x) \rightarrow +\infty$ при $x \rightarrow +\infty$ "по Гейне".

2. Докажите, что если $f''(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) = 0$, $f^{(5)}(x_0) \neq 0$, то в точке x_0 функция $y = f(x)$ не имеет локального экстремума.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t59b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 349(t59b)

1. Докажите теорему о необходимых условиях перегиба графика дважды дифференцируемой функции.

2. Докажите, что $\forall n \geq 1$ верно равенство $\ln(1+x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} + o(x^n)$ при $x \rightarrow 0$.

Московский Государственный университет Физический факультет Кафедра математики
Вопросы для подготовки к экзамену по курсу матем. анализа К1 S1 M1-4, Т562е-t60b
сентябрь-декабрь 2014 Т562е, Т562е-Набор вопросов 350(t60b)

1. Докажите теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

2. Докажите, что если функция $f(x)$ дифференцируема на всей числовой оси и $\forall x, y$ верно равенство $f(x+y) = f(x)f(y)$, то найдется такое число C , что $f'(x) = Cf(x)$.