

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-31

1. Сформулируйте определение производной  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
3. Докажите, что функция  $f(x) = x|x|$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \sin \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о производной частного двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-32

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о дифференциале произведения двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \cos \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о производной сложной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-33

1. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
2. Сформулируйте теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln|x|}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int e^x \sin x dx$ .
5. Докажите теорему о производной обратной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-34

1. Сформулируйте определение производной функции в точке.
2. Сформулируйте теорему о производной суммы двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x(1+x)^{\frac{1}{x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int e^x \cos x dx$ .
5. Докажите теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-35

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int e^x \sin 2x dx$ .
5. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-36

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
3. Пусть  $F(x)$  дифференцируема на  $(a, b)$ ,  $F'(x) = f(x) > 0$  на  $(a, b)$ , и  $F(G(x)) = x$ . Найдите  $G'(x)$ .
4. Найдите  $\int e^{-x} \cos 3x dx$ .
5. Докажите теорему о производной обратной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-37

1. Сформулируйте определение производной функции в точке.
2. Сформулируйте теорему о дифференциале частного двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x(1-x^2)^{1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int x \cos \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-38

1. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
2. Сформулируйте теорему о дифференциале произведения двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^3 x}{x^2}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет правую производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int x \sin \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о производной сложной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-39

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln|x|}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \frac{\cos \ln x}{x^2} dx$ .
5. Докажите теорему о производной частного двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-40

1. Напишите формулу дифференциала первого порядка сложной функции.
2. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x(1-x)^{\frac{1}{x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  в точке  $x = 0$  имеет производную и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \frac{\sin \ln x}{x^3} dx$ .
5. Докажите теорему о производной функции, заданной параметрически.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-41

1. Сформулируйте определение дифференциала  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет правую производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int x \operatorname{arctg} x dx$ .
5. Докажите теорему о производной суммы двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-42

1. Напишите формулу дифференциала второго порядка сложной функции.
2. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int x^4 \operatorname{arcsin} x dx$ .
5. Докажите теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-43

1. Сформулируйте определение производной  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
3. Используя теорему о производной обратной функции и формулу  $(a^x)' = a^x \ln a$ , найдите производную функции  $f(x) = \log_a x$  при  $a > 1$ .
4. Найдите  $\int \cos \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о производной обратной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-44

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о производной суммы двух функций.
3. Используя теорему о производной обратной функции и формулу  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ , найдите производную функции  $f(x) = a^x$  при  $a > 1$ .
4. Найдите  $\int e^x \sin x dx$ .
5. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-45

1. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
2. Сформулируйте теорему о производной функции, заданной параметрически.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int e^x \cos x dx$ .
5. Докажите теорему о производной сложной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-46

1. Сформулируйте определение производной функции в точке.
2. Сформулируйте теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x(1+x)^{\frac{1}{x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \operatorname{arctg} x dx$ .
5. Докажите теорему о производной частного двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-47

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте теорему о производной суммы двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-1/x}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет правую производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \arcsin x dx$ .
5. Докажите теорему о производной функции, заданной параметрически.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-48

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
3. Используя теорему о производной сложной функции и формулу  $f(g(x)) = x$ , выведите формулу для производной обратной функции  $g(x)$ .
4. Найдите  $\int \sin \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-49

1. Сформулируйте определение дифференциала  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x(1-x^2)^{1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int x^3 \operatorname{arctg} x dx$ .
5. Докажите теорему о производной обратной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-50

1. Сформулируйте определение производной  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} dx$ .
5. Докажите теорему о производной суммы двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-51

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln|x|}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$ .
5. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-52

1. Сформулируйте определение дифференциала функции в данной точке.
2. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x(1-x)^{\frac{1}{x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  в точке  $x = 0$  имеет производную и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int x^2 \arcsin x dx$ .
5. Докажите теорему о производной сложной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-53

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет правую производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int (\ln x)^2 dx$ .
5. Докажите теорему о производной суммы двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-54

1. Сформулируйте определение дифференциала  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о дифференциале частного двух функций.
3. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \end{cases}$  имеет производную в точке  $x = 0$  и найдите ее значение.
4. Найдите  $\int \frac{\cos \ln x}{x^3} dx$ .
5. Докажите теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-55

1. Что такое неопределенный интеграл?
2. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
3. Пусть  $F(x)$  дифференцируема на  $(a, b)$ ,  $F'(x) = f(x) > 0$  на  $(a, b)$ , и  $G(F(x)) = x$ . Найдите  $G'(x)$ .
4. Найдите  $\int \frac{\sin \ln x}{x^2} dx$ .
5. Докажите теорему о производной обратной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-56

1. Сформулируйте определение производной  $n$ -го порядка функции.
2. Сформулируйте теорему о производной функции, заданной параметрически.
3. Пусть  $f(x) = x^2 \sin 3x$ . Найдите  $f^{(12)}(x)$ .
4. Найдите  $\int \cos \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о производной обратной функции.
6. Докажите теорему об интегрировании по частям для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-57

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о производной функции, заданной параметрически.
3. Пусть  $f(x) = x^2 e^{-3x}$ . Найдите  $f^{(17)}(x)$ .
4. Найдите  $\int e^x \sin x dx$ .
5. Докажите теорему о производной произведения двух функций.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.

---

Московский Государственный университет      Физический факультет      Кафедра математики  
Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 по курсу математического анализа, К1 S1 M2-q2  
Ноябрь 2014      Т529е, К1 S1 M2-q2-58

1. Сформулируйте определение дифференцируемой  $n$  раз функции.
2. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
3. Пусть  $f(x) = x^2 \cos 5x$ . Найдите  $f^{(19)}(x)$ .
4. Найдите  $\int \sin \ln x dx$ .
5. Докажите теорему о формуле Лейбница для вычисления производной  $n$ -го порядка.
6. Докажите теорему об интегрировании методом замены переменной для неопределенного интеграла.