

### **Определения.**

Дайте определение функции, ограниченной на множестве  $X$ .

Дайте определение точной верхней грани функции на множестве  $X$ .

Дайте определение точной нижней грани функции на множестве  $X$ .

Дайте определение функции, возрастающей в точке  $x$ .

Дайте определение функции, убывающей в точке  $x$ .

Дайте определение производной функции.

Дайте определение правой производной функции.

Дайте определение левой производной функции.

Дайте определение дифференцируемой функции.

Дайте определение первого дифференциала функции.

Дайте определение  $n$ -ного дифференциала функции.

Дайте определение производной вектор-функции.

Дайте определение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке

$(x_0, f(x_0))$  и запишите уравнение этой касательной.

Дайте определение равномерно непрерывной функции  $f(x)$  на множестве  $X$ .

### **Теоремы.**

Сформулируйте теорему о формуле Коши.

Сформулируйте теорему о формуле Тейлора.

Сформулируйте и докажите теорему об устойчивости знака непрерывной функции.

Сформулируйте и докажите I теорему Вейерштрасса.

Сформулируйте и докажите II теорему Вейерштрасса.

Сформулируйте и докажите теорему о связи непрерывности и дифференцируемости функции  $f(x)$  в данной точке.

Сформулируйте и докажите достаточное условие дифференцируемости функции в точке.

Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условие невозрастания дифференцируемой функции на интервале.

Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условие неубывания дифференцируемой функции на интервале.

Сформулируйте и докажите достаточное условие возрастания дифференцируемой функции  $f(x)$  в точке  $x$ .

Сформулируйте и докажите теорему о производной сложной функции.

Сформулируйте и докажите теорему о производной обратной функции.

Сформулируйте и докажите теорему Ролля.

Сформулируйте и докажите теорему о формуле конечных приращений Лагранжа.

Сформулируйте и докажите теорему о формуле Коши.

Сформулируйте и докажите теорему о формуле Тейлора.

Сформулируйте и обоснуйте свойство инвариантности формы первого дифференциала.

Сформулируйте и докажите теорему о непрерывной функции, принимающей значения разных знаков на концах отрезка.

### **Примеры задач.**

- a. Выведите формулу производной функции, заданной параметрически. Обоснуйте условия существования этой производной.
- b. Покажите неинвариантность формы второго дифференциала. Приведите пример.
- c. Найдите односторонние производные  $f' \left( \frac{3}{2} + 0 \right)$  и  $f' \left( \frac{3}{2} - 0 \right)$  функции

$$f(x) = |2x - 3|e^x.$$

- d. Разложите функцию  $f(x) = \cos(\sin x)$  по формуле Маклорена с точностью до членов шестого порядка.
- e. При каком выборе коэффициентов  $a$  и  $b$  функция

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \leq -1 \\ ax + b, & x > -1 \end{cases}, F(x) \text{ будет дифференцируемой на всей}$$

числовой прямой?

**Пример билета.**

1. Дайте определение равномерно непрерывной функции  $f(x)$  на множестве  $X$ .
2. Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции  $f(x)$  в точке.
3. Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа.
4. Сформулируйте и обоснуйте свойство инвариантности формы первого дифференциала.
5. Разложите функцию  $f(x) = \cos(\sin x)$  по формуле Маклорена до члена 6 порядка включительно.