

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ БИЛЕТА К КОЛЛОКВИУМУ

1. Сформулируйте определение интегральной суммы для двойного интеграла.
2. Сформулируйте теорему о вычислении длины дуги кривой с помощью определённого интеграла.
3. Нарисуйте фигуру D на плоскости (x, y) , для которой

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_0^1 dy \int_y^{3-y} dx f(x, y). \text{ Измените порядок интегрирования.}$$

Вычислите указанный интеграл для $f(x, y) = y$.

4. Найдите замену переменных $(u, v) \leftrightarrow (x, y)$, при которой область D на плоскости (x, y) , ограниченная кривыми $x\sqrt{y} = 4$, $x\sqrt{y} = 6$, $x^2 = 2y$, $x^2 = 3y$, $x > 0$, $y > 0$, переходит в прямоугольник на плоскости (u, v) . Найдите площадь области D .
5. Пусть фигура G на плоскости (x, y) задана системой неравенств $0 \leq x \leq a$; $\varphi(x) \leq y \leq \psi(x)$, где $\varphi(x) < \psi(x)$, $x \in [0; a]$. Напишите формулу для вычисления y – координаты центра масс однородного тела G с плотностью 1, которое получается в результате вращения фигуры D вокруг оси Oy .
6. Вычислите работу поля $\vec{F} = \{x - y; x + e^y\}$ вдоль замкнутого контура, ограниченного отрезками кривых $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $x \geq 0$.