

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ЗАДАЧ ОБЩЕГО ЗАЧЕТА ВЕСНА 2011.

1. Исследуйте функцию $u(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 1, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ на непрерывность по каждой из переменных и по совокупности переменных в точке $(0, 0)$.
2. Известно, что в некоторой окрестности точки $(2; -2; 0)$ уравнение $\arctg z = x + y - z$ определяет единственную функцию $z = z(x, y)$. Найдите $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{(2; -2)}$.
3. Используя метод Лагранжа найдите все точки экстремума функции $u(x, y, z) = xyz$ при условии $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ в области $x > 0, y > 0$. Проверьте выполнение достаточных условий экстремума.
4. Перейдите от двойного интеграла $\iint_G f(x, y) dx dy$ к повторному двумя способами, если G – трапеция, ограниченная прямыми $y = x, y = x + 2, x = 0, y = 4$. Вычислите указанный интеграл для функции $f(x, y) = y$.
5. Вычислите работу поля $\vec{F} = \{-y; x\}$ вдоль замкнутого контура, заданного уравнением $|x| + |y| = 1$, пробегаемого против часовой стрелки.
6. Вычислите поверхностный интеграл I рода $\iint_S z x ds$, где $S: \{x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.