

Билет 1.

1. Сформулируйте и докажите принцип максимума для гармонической функции.
2. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения внутренней краевой для уравнения Гельмгольца в случае граничных условий общего вида.

Билет 2.

1. Сформулируйте и докажите теорему о нулях классических ортогональных полиномов.
2. Дайте определение потенциала двойного слоя. Сформулируйте и докажите его основные свойства.

Билет 3.

1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
2. Постройте функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в верхнем полупространстве.

Билет 4.

1. Сформулируйте и докажите теорему существования классического решения уравнения теплопроводности на отрезке.
2. Докажите, что система полиномов Лежандра исчерпывает все собственные функции соответствующей задачи Штурма-Лиувилля.

Билет 5.

1. Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа.
2. Выведите формулу для разрыва нормальной производной потенциала простого слоя.

Билет 6.

1. Докажите замкнутость системы присоединенных функций Лежандра.
2. Постройте функцию Грина задачи Неймана для уравнения теплопроводности на полупрямой.

Билет 7.

1. Сформулируйте и докажите теорему о непрерывности потенциала простого слоя.
2. Получите асимптотику функции Бесселя при больших значениях аргумента.

Билет 8.

1. Сформулируйте и докажите теорему о существовании потенциала двойного слоя.
2. Получите производящую функцию для полиномов Лагерра.

Билет 9.

1. Сформулируйте и докажите теорему о разрыве нормальной производной потенциала простого слоя.
2. Получите производящую функцию для полиномов Эрмита.

Билет 10.

1. Сформулируйте и докажите теорему о разрыве потенциала двойного слоя.
2. Докажите теорему единственности решения внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в трехмерном случае с граничными условиями Дирихле.

Билет 11.

1. Докажите теорему о симметрии функции Грина для уравнения Лапласа с граничными условиями Дирихле.
2. Получите формулу для решения неоднородного уравнения колебаний на бесконечной прямой.

Билет 12.

1. Сформулируйте и докажите леммы о поведении решений в особой точке для уравнения специальных функций $(k(x)u'(x))' - q(x)u = 0$, $x \in (a, b)$, где $k(x) = (x - a)\varphi(x)$, $\varphi(x) \neq 0$.
2. Получите общую формулу Родрига для классических ортогональных полиномов.

Билет 13.

1. Сформулируйте и докажите теоремы существования решений внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа в трехмерном случае.
2. Постройте функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре методом электростатических изображений.

Билет 14.

1. Сформулируйте и докажите теоремы существования решений внутренней задачи Неймана и внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
2. Выведите формулу Даламбера.

Билет 15.

1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в трехмерном случае с граничными условиями Неймана.
2. Получите определители Вронского функций Бесселя и Ханкеля.

Билет 16.

1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в двумерном случае с граничными условиями Дирихле.
2. Получите асимптотику функции Инфельда для больших значений аргумента.

Билет 17.

1. Получите представление функции Бесселя в виде обобщенного степенного ряда.
2. Получите производящую функцию для полиномов Лежандра.

Билет 18.

1. Постройте интегральное представление функции Бесселя.
2. Докажите теорему существования классического решения однородного уравнения колебаний на бесконечной прямой.

Билет 19.

1. Постройте интегральное представление функций Ханкеля первого и второго рода.
2. Выведите формулу Даламбера.

Билет 20.

1. Получите асимптотику функций Ханкеля при большом значении аргумента.
2. Постройте функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре методом электростатических изображений.

Билет 21.

1. Выведите общую формулу производящей функции классических ортогональных полиномов.
2. Свойства фундаментального решения уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.

Билет 22.

1. Выведите формулу Кирхгофа.
2. Опишите общую схему метода разделения переменных.

Билет 23.

1. Выведите формулу Пуассона, описывающую процесс распространения колебаний в трехмерном пространстве.
2. Постройте функцию Грина внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.

Билет 24.

1. С помощью метода спуска Адамара получите формулу Пуассона, описывающую процесс распространения колебаний в двумерном пространстве.
2. Получите асимптотику функции Макдональда при большом значении аргумента.

Билет 25.

1. Выведите уравнение для присоединенных функций Лежандра.
2. Докажите теорему единственности решения внутренней краевой задачи для уравнения Гельмгольца.