

### Билет 1.

1. Сформулируйте и докажите принцип максимума для гармонической функции.
1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения внутренней краевой для уравнения Гельмгольца в случае граничных условий общего вида.

### Билет 2.

1. Сформулируйте и докажите теорему о нулях классических ортогональных полиномов.
2. Дайте определение потенциала двойного слоя. Сформулируйте и докажите его основные свойства.

### Билет 3.

1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
2. Постройте функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в верхнем полупространстве.

### Билет 4.

1. Сформулируйте и докажите теорему существования классического решения уравнения теплопроводности на отрезке.
2. Докажите, что система полиномов Лежандра исчерпывает все собственные функции соответствующей задачи Штурма-Лиувилля.

### Билет 5.

1. Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа.
2. Выведите формулу для разрыва нормальной производной потенциала простого слоя.

### Билет 6.

1. Докажите замкнутость системы присоединенных функций Лежандра.
2. Постройте функцию Грина задачи Неймана для уравнения теплопроводности на полупрямой.

**Билет 7.**

1. Сформулируйте и докажите теорему о непрерывности потенциала простого слоя.
2. Получите асимптотику функции Бесселя при больших значениях аргумента.

**Билет 8.**

1. Сформулируйте и докажите теорему о существовании потенциала двойного слоя.
2. Получите производящую функцию для полиномов Лагерра.

**Билет 9.**

1. Сформулируйте и докажите теорему о разрыве нормальной производной потенциала простого слоя.
2. Получите производящую функцию для полиномов Эрмита.

**Билет 10.**

1. Сформулируйте и докажите теорему о разрыве потенциала двойного слоя.
2. Докажите теорему единственности решения внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в трехмерном случае с граничными условиями Дирихле.

**Билет 11.**

1. Докажите теорему о симметрии функции Грина для уравнения Лапласа с граничными условиями Дирихле.
2. Получите методом интегрирования по фазовой плоскости формулу для решения неоднородного уравнения колебаний на бесконечной прямой.

**Билет 12.**

1. Сформулируйте и докажите леммы о поведении решений в особой точке для уравнения специальных функций  $(k(x)u'(x))' - q(x)u = 0$ ,  $x \in (a, b)$ , где  $k(x) = (x - a)\varphi(x)$ ,  $\varphi(x) \neq 0$ .
2. Получите общую формулу Родрига для классических ортогональных полиномов.

**Билет 13.**

1. Сформулируйте и докажите теоремы существования решений внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа в трехмерном случае.
2. Постройте функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре методом электростатических изображений.

**Билет 14.**

1. Сформулируйте и докажите теоремы существования решений внутренней задачи Неймана и внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
2. Выведите формулу Даламбера.

**Билет 15.**

1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в трехмерном случае с граничными условиями Неймана.
2. Получите определители Вронского функций Бесселя и Ханкеля.

**Билет 16.**

1. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в двумерном случае с граничными условиями Дирихле.
2. Получите асимптотику функции Инфельда для больших значений аргумента.

**Билет 17.**

1. Получите представление функции Бесселя в виде обобщенного степенного ряда.
2. Получите производящую функцию для полиномов Лежандра.

**Билет 18.**

1. Постройте интегральное представление функции Бесселя.
2. Докажите теорему существования классического решения однородного уравнения колебаний на бесконечной прямой.

**Билет 19.**

1. Постройте интегральное представление функций Ханкеля первого и второго рода.
2. Выведите формулу Даламбера.

**Билет 20.**

1. Получите асимптотику функций Ханкеля при большом значении аргумента.
2. Постройте функцию Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре методом электростатических изображений.

**Билет 21.**

1. Выведите общую формулу производящей функции классических ортогональных полиномов.
2. Свойства фундаментального решения уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.

**Билет 22.**

1. Выведите формулу Кирхгофа.
2. Опишите общую схему метода разделения переменных.

**Билет 23.**

1. Выведите формулу Пуассона, описывающую процесс распространения колебаний в трехмерном пространстве.
2. Постройте функцию Грина внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.

**Билет 24.**

1. С помощью метода спуска Адамара получите формулу Пуассона, описывающую процесс распространения колебаний в двумерном пространстве.
2. Получите асимптотику функции Макдональда при большом значении аргумента.

**Билет 25.**

1. Выведите уравнение для присоединенных функций Лежандра.
2. Докажите теорему единственности решения внутренней краевой задачи для уравнения Гельмгольца.