

## Программа спецкурса «Эллиптические уравнения»

1. Функция Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в шаре пространства  $\mathbb{R}^N$ . Формула Пуассона; формула среднего значения и другие следствия. Теоремы о сходимости последовательности гармонических функций.
2. Супер- и субгармонические, верхние и нижние функции. Обобщенное по Пуанкаре решение задачи Дирихле для оператора Лапласа.
3. Понятие барьера и теорема существования решения задачи Дирихле для уравнения  $\Delta u = 0$  в  $C^2(D) \cap C(\bar{D})$ . Достаточные условия регулярности точки границы.
4. Свойства ньютонова потенциала и существование решений задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
5. Эллиптические дифференциальные уравнения. Принцип максимума и усиленный принцип максимума для регулярных решений. Постановка краевых задач и теоремы единственности решений.
6. Оценки Шаудера. Метод продолжения по параметру и доказательство существования в пространствах Гельдера решения задачи Дирихле для эллиптических уравнений.
7. Эллиптические дифференциальные уравнения дивергентного вида. Постановка внутренней задачи Дирихле для уравнения

$$\sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}^{(1)}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} + a_i^{(2)}(x) u \right) + \sum_i b_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x) u = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(x) + g(x)$$

в пространстве  $W_2^1(D)$ .

8. Принцип максимума для решений задачи п.7.
9. Разрешимость задачи п.7.

### Основная литература

1. Шишмарев И. А. Введение в теорию эллиптических уравнений.
2. Гилбарг Н., Трудингер Д. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка.

### Дополнительная литература

1. Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа.
2. Ландис Е. М. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов.
3. Назаров С. А., Пламеневский Б. А. Эллиптические задачи в областях с кусочно-гладкой границей.
4. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа.
5. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ.
6. Стейн И. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций.