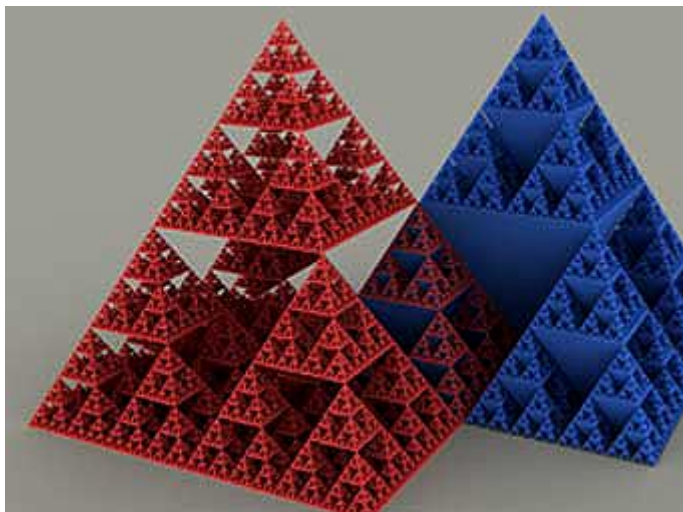


## Межфакультетский курс

### «Математическое моделирование – третий путь познания»



**Лекторы: заслуженный профессор МГУ А.Н.Боголюбов,  
профессор Н.А.Тихонов,  
профессор Д.Д.Соколов.**

Курс «Математическое моделирование – третий путь познания» является введением в широкий круг проблем современного математического моделирования. Его целью является ознакомление студентов с основными принципами построения и исследования линейных и нелинейных математических моделей явлений и процессов самой различной природы – физических, химических, биологических, экономических и т. д. Рассматриваются как численные методы (вариационные, проекционные, конечно - разностные) и их программная реализация на современных вычислительных системах, включая кластерные, так и асимптотические методы (регулярные и сингулярные). Значительное внимание уделяется методам математического моделирования в приложении к таким интересным объектам, как фракталы, фотонные кристаллы, метаматериалы (киральные, биизотропные и бианизотропные среды), а также к задачам синергетики, перколяционным задачам. Излагается метод вейвлет-анализа. В качестве примера применения метода математического моделирования рассмотрены две фундаментальные проблемы: происхождения и эволюции магнитных полей в различных небесных телах и математического моделирования процессов переноса вещества в многофазных средах.

Профессора физического факультета Боголюбов А.Н. и Тихонов Н.А. являются создателями курса «Основы математического моделирования» на физическом факультете МГУ.

## Содержание курса

**1. Основные понятия и принципы математического моделирования.** Эксперимент, теория, математическое моделирование. Что такое математическая модель? Основные этапы метода математического моделирования. Лабораторный и компьютерный эксперимент. Детерминированные и стохастические модели. Дифференциальные модели. Краевые и начально-краевые задачи. Классические и обобщенные решения. Прямые и обратные задачи математического моделирования: задачи распознавания, задачи синтеза, задачи математического проектирования. Универсальность математических моделей как отражение принципа материального единства мира: моделирование колебательного контура, задача хищник – жертва, расчет заработной платы. Принцип аналогий. Иерархия моделей: от простого к сложному.

**2. Методы исследования математических моделей.** Аналитические и численные методы. Алгоритмы. Технология распараллеливания. Асимптотические методы: регулярные и сингулярные возмущения. Вариационные и проекционные методы. Конечные разности: «модели из кубиков». Разностные схемы. Метод конечных элементов. Некоторые задачи вычислительной алгебра. Разреженные матрицы. Графы. Метод прогонки. Задачи оптимизации.

**3. Некоторые объекты и методы математического моделирования.** Фракталы и фрактальные структуры. Конструктивные и динамические фракталы. Фракталы в математике. Размерность самоподобия. Фракталы в природе. Моделирование дендритов. Применение фракталов. Фракталы, случай и финансы. Метаматериалы. Киральные среды. Фотонные кристаллы. Можно ли моделировать плащи-невидимки? Синергетика. Диссипативные структуры. Модель брюсселятора. Вейвлет-анализ. Цунами, землетрясения, солнечная активность.

**4. Пример решения большой научной проблемы - происхождения и эволюции магнитных полей в различных небесных телах - методами математического моделирования.** Набор наблюдательных данных о магнитных полях планет (включая Землю), о цикле активности Солнца и циклах активности звезд, о магнитных полях галактик. Методы математического моделирования, применяющиеся при интерпретации данных наблюдений для извлечения информации о магнитных полях. Метод

обратных доплеровских изображений. Основные уравнения магнитной гидродинамики космических сред. Вывод методом функционального интегрирования уравнения среднего магнитного поля, являющегося основным уравнением при описании космического магнетизма. Второе основное уравнение - уравнение для магнитных флуктуаций. Обзор основных методов решения этих уравнений и сопоставления численных результатов, применяющихся для детального описания явлений магнитной активности, а также аналитических результатов, раскрывающих физические механизмы явления.

## **5. Математическое моделирование процессов переноса вещества в многофазных средах.**

Молекулярная и ионообменная сорбция. Физические и математические модели переноса. Квазилинейные уравнения. Постановка и решения основных задач. Хроматография.

Принципы построения ионообменных циклических процессов и их оптимизация с помощью моделирования. Самоподдерживающиеся безреагентные процессы. Задачи опреснения морской воды и извлечения из нее полезных элементов.

Экологические процессы. Математические вопросы, решаемые при создании контролируемых приборов – «экологического полицейского» и «искусственного носа».

Новые явления, изучение которых активно развивается на основе мат. моделирования. Явление многократного изотермического пересыщения, его исследование и объяснение. Явление «удерживания кислоты». Эффективность моделирования для анализа физических факторов в сложной системе. Явление возникновения локальных электрических полей и возможность их исследования. Эффект самовозбуждения колебаний потока вещества, при его прохождении сквозь диффузионную мембрану.

### Литература

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Наука. Физматлит, 1997.
2. Тарасевич Н.Н. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс. М.: Эдиториал УРСС, 2001
3. Введение в математическое моделирование. Под редакцией Трусова П.В. М.: Логос, 2004.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. СПб.: БХВ – Петербург, 2011.

## Сведения об авторах курса

1. **Боголюбов Александр Николаевич**, доктор физико-математических наук, заслуженный профессор кафедры математики физического факультета МГУ, лауреат Ломоносовской премии МГУ за педагогическую деятельность. Руководитель грантов РФФИ. Читает на физическом факультете МГУ курсы: «Методы математической физики», «Основы математического моделирования», «Численные методы физике».

*Соавтор учебных пособий:*

1) Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. 2-е издание. М.: Изд-во Московского университета; Наука, 2004. Серия «Классический университетский учебник».

2) Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. М.: Изд-во МГУ, 1998.

3) Боголюбов А.Н. «Основы математического моделирования» (электронный курс).

2. **Соколов Дмитрий Дмитриевич**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики физического факультета МГУ, Соросовский профессор, профессор Университета им. Бен-Гуриона (Израиль), Университета Ньюкасла (Великобритания). Руководитель грантов РФФИ, ИНТАС, МНТЦ. Читает в МГУ курсы: «Математический анализ» на физическом факультете, «Теория вероятностей и математическая статистика» на геологическом факультете, «Быстрое динамо в случайном потоке» на механико-математическом факультете.

*Соавтор книг:*

1). Ya.B.Zeldovich, A.A.Ruzmaikin, D.D.Sokoloff, Magnetic Fields in Astrophysics, Gordon and Breach, NY, 1983

2). A.A.Ruzmaikin, A.M.Shukurov, D.D.Sokoloff, Magnetic Fields of Galaxies, Kluwer, Dordrecht, 1988

3). Ya.B.Zeldovich, A.A.Ruzmaikin, D.D. Sokoloff, Almighty Chance, Singapore, World Sci, 1991.

3. **Тихонов Николай Андреевич**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики физического факультета МГУ. Руководитель грантов РФФИ. Читает на физическом факультете МГУ курсы: «Методы

математической физики», «Основы математического моделирования».  
*Соавтор учебных пособий:*

1) Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М.: Физматлит, 2004. Серия «Курс высшей математики и математической физики».

2) Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. «Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах». СПб.: Изд-во «Лань», 2010.

3) Тихонов Н.А., Токмачев М.Г. Курс лекций «Основы математического моделирования». Части 1,2. М.: Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова, 2012.